

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CÍNTIA SATOMI SCHMIDLIN DE ANDRADE

ESTUDO DE TENSÕES TANGENCIAIS EM LEITOS DE CANAIS UTILIZANDO  
MODELO COMPUTACIONAL

CURITIBA

2019

CÍNTIA SATOMI SCHMIDLIN DE ANDRADE

ESTUDO DE TENSÕES TANGENCIAIS EM LEITOS DE CANAIS UTILIZANDO  
MODELO COMPUTACIONAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção de título de Mestre, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental (PPGERHA), Departamento de Hidráulica e Saneamento (DHS), Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: José Junji Ota

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

A553e

Andrade, Cíntia Satomi Schmidlin de

Estudo de tensões tangenciais em leitos de canais utilizando modelo computacional [recurso eletrônico] / Cíntia Satomi Schmidlin de Andrade. – Curitiba, 2019.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós- Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental (PPGERHA), 2019.

Orientador: José Junji Ota.

1. Fluidodinâmica computacional. 2. Tensão tangencial. 3. Transporte de sedimentos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Ota, José Junji Título.

CDD: 620.1064

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE RECURSOS HÍDRICOS E AMBIENTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **CÍNTIA SATOMI SCHMIDLIN DE ANDRADE**, intitulada: **"ESTUDO DE TENSÕES TANGENCIAIS EM LEITOS DE CANAIS UTILIZANDO MODELO COMPUTACIONAL"**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de Mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 29 de Maio de 2019.

  
JOSE JUNJI OTA

Presidente da Banca Examinadora

  
CRISTHIANE MICHIKO PASSOS OKAWA  
PI Avaliador Externo (UEM)

  
BRUNO VICTOR VEIGA  
Avaliador Externo (UFPR)

  
WILLIAM BONINO RAUEN  
Avaliador Interno (UFPR)

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela vida, saúde, por providenciar juntamente com os conhecimentos técnicos adquiridos a partir deste trabalho, o aprendizado do valor da persistência.

À minha família e amigos próximos, que sentiram minha ausência durante a elaboração deste trabalho. Ao meu marido André, pela compreensão e apoio nos fins de semana e feriados dedicados à esta dissertação. À minha mãe, pelo incansável incentivo e apoio aos meus estudos.

Ao Professor José Junji Ota, pela orientação e amizade durante este curso de mestrado, por ser tão compreensivo, solícito e paciente. Agradeço também a indicação do tema de estudo desta pesquisa.

Aos professores da banca de qualificação, William Bonino Rauen e Bruno Victor Veiga, pelo tempo dedicado prestando valiosas contribuições para este trabalho. À Professora Cristhiane Michiko Passos Okawa, por aceitar participar da banca desta dissertação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental da Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade de participar deste programa de mestrado de grande reconhecimento e altíssima qualidade de ensino, que proporciona qualificação em uma área de grande importância à sociedade.

## RESUMO

A avaliação da capacidade de transporte de sedimentos usualmente utiliza o conceito de tensão tangencial média  $\tau_0$ , calculada a partir da Equação Geral da Resistência. No entanto, estudos experimentais conduzidos por Ota e Nalluri (2003) demonstraram que, para seções circulares rugosas com profundidades intermediárias de fluxo, a capacidade de transporte de sedimentos por arraste é subestimada ao utilizar o valor da tensão tangencial média  $\tau_0$ . Buscando determinar os valores de tensão tangencial que permitissem avaliar a capacidade real de transporte de sedimentos, o propósito desta pesquisa foi realizar simulações em modelo numérico (Telemac3D) que permitissem determinar relações entre tensão tangencial média e máxima no fundo de canais com seção transversal circular, trapezoidal e retangular, considerando escoamento uniforme e permanente. Para a representação da geometria da seção transversal circular, fez-se necessária uma alta definição de nós na malha de elementos finitos, tornando muito longos os tempos de simulação. As simulações em canal trapezoidal indicaram tensões tangenciais inferiores nos vértices quando comparados aos valores no eixo. Uma avaliação quantitativa mais precisa não pôde ser realizada devido à variabilidade dos resultados do modelo numérico na região do contorno do canal próxima à superfície livre. As tensões tangenciais nos canais trapezoidais e retangulares resultaram inferiores aos indicados em bibliografia. De modo geral, o modelo numérico apresentou resultados instáveis, com variações de acordo com a discretização vertical (número de camadas) da malha de elementos finitos. O Telemac3D mostrou-se uma ferramenta instável para o estudo em questão.

Palavras-chave: Distribuição de tensão tangencial no leito. Dinâmica dos fluidos computacional. Escoamento em canais.

## ABSTRACT

The evaluation of sediment transport capacity usually uses the concept of mean shear stress  $\tau_0$ , calculated from the Resistance Equation. However, experimental studies conducted by Ota and Nalluri (2003) have shown that, for rough circular sections with intermediate flow depths, the sediment transport capacity is underestimated by using the mean shear stress value  $\tau_0$ . The purpose of this research was to perform simulations in a numerical model (Telemac3D) that allowed the determination of the relationship between mean and maximum shear stress on the bottom for circular, trapezoidal and rectangular cross-sections, considering uniform flow and permanent with free surface. A high definition of nodes in the finite element mesh was necessary to represent the geometry of the circular cross section, making simulation's time unfeasible. The trapezoidal channel simulations indicated lower shear stresses at the vertices when compared to the values on the axis. A more accurate quantitative assessment could not be performed due to the variability of numerical program results in the contour region of the channel near the free surface. Shear stresses in the trapezoidal and rectangular channels were inferior to those indicated in the bibliography. In general, the numerical model presented unstable results, with variations according to the vertical discretization (number of layers) of the finite element mesh. Telemac 3D appeared unstable for the present study.

Keywords: Shear tension distribution in the bed. Fluid computational dynamics. Flow in channels.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE TURBULENTA .....	25
FIGURA 2.2 – PERFIL DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO TURBULENTO.....	26
FIGURA 2.3 – FORÇAS ATUANTES EM UM VOLUME DE CONTROLE DE MASSA FLUIDA .....	28
FIGURA 2.4 – COMPARAÇÃO ENTRE UM CANAL ABERTO E SUA SEÇÃO FECHADA EQUIVALENTE .....	31
FIGURA 2.5 – CORRENTES SECUNDÁRIAS EM UM CANAL RETANGULAR ABERTO .....	32
FIGURA 2.6 – CORRENTES SECUNDÁRIAS EM UM CANAL CIRCULAR COM SEDIMENTO DE FUNDO E A CORRESPONDENTE DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS .....	33
FIGURA 2.7 – TUBO DE PITOT .....	34
FIGURA 2.8 – ISOLINHAS E ORTOGONAIS DE VELOCIDADE.....	36
FIGURA 2.9 – VARIÁVEIS DA LEI DE PAREDE .....	38
FIGURA 2.10 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM AS EQUAÇÕES DE VELOCIDADE .....	39
FIGURA 2.11 – DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE EM UMA TUBULAÇÃO .....	39
FIGURA 2.12 – MEDIDOR DE TENSÕES TANGENCIAIS .....	40
FIGURA 2.13 – TUBO DE PRESTON.....	42
FIGURA 2.14 – VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DECORRENTE DA VISCOSIDADE E A DEFORMAÇÃO EM FLUIDOS .....	43
FIGURA 2.15 – FLUXO DE ENTRADA OU DE SAÍDA DE MASSA ATRAVÉS DA FACE DE UM VOLUME DE CONTROLE INFINITESIMAL.....	43
FIGURA 2.16 – COMPARAÇÃO DE DIFERENTES FORMULAÇÕES DE COMPRIMENTO DE MISTURA .....	48
FIGURA 2.17 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONAL.....	52
FIGURA 2.18 – ISOLINHAS DE VELOCIDADE E SUAS ORTOGONAIS, ELABORADAS POR LEIGHLY .....	54
FIGURA 2.19 – PARCELA DESCONSIDERADA NO CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL PELO MÉTODO INDIREITO PROPOSTO POR LEIGHLY (ÁREA HACHURADA) .....	55



FIGURA 2.20 – DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL TRAPEZOIDAL COM RELAÇÃO $B/H=4$ E INCLINAÇÃO DO TALUDE DE 1,5:1 .....	56
FIGURA 2.21 – MÁXIMA TENSÃO TANGENCIAL PARA SEÇÕES TRAPEZOIDAIS E RETANGULARES.....	56
FIGURA 2.22 – FOTO DA CONFIGURAÇÃO DO CANAL DE SEÇÃO TRAPEZOIDAL REVESTIDO DE MATERIAL ERODÍVEL UTILIZADO NOS TESTES	57
FIGURA 2.23 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCAL E TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA AO LONGO DO PERÍMETRO MOLHADO .....	59
FIGURA 2.24 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA CONVENCIONAL E DA OBTIDA A PARTIR DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE .....	60
FIGURA 2.25 – GEOMETRIA DOS CANAIS TRAPEZOIDAIS UTILIZADOS PARA TESTES POR IPPEN E DRINKER (1962) .....	61
FIGURA 2.26 – COMPARAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS EM CANAIS TRAPEZOIDAIS DOS TESTES DE ENGER (1961) E IPPEN E DRINKER (1962) – VISTA PARA JUSANTE .....	62
FIGURA 2.27 – VELOCIDADES MEDIDAS E DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UM TUBO DE COBRE, COM $H/D = 1/3$ .....	64
FIGURA 2.28 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UM TUBO DE AÇO, COM $H/D = 1/3$ .....	65
FIGURA 2.29 – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE TENSÃO TANGENCIAL EM CANAIS TRAPEZOIDAIS.....	66
FIGURA 2.30 – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE TENSÃO TANGENCIAL EM CANAIS RETANGULARES.....	67
FIGURA 2.31 – NOTAÇÃO UTILIZADA NO ESTUDO DE KNIGHT E STERLING (2000).....	68
FIGURA 2.32 – DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS PARA $T/D=0$ E $(H+T)/D=0,333, 0,506, 0,666$ E $0,826$ .....	68
FIGURA 2.33 – DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS PARA $T/D=0,25$ E $(H+T)/D=0,333, 0,499$ E $0,666$ .....	69

FIGURA 2.34 – DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL EM FLUXO SUBCRÍTICO ( $Fr=0,748$ ) E SUPERCRÍTICO ( $Fr=1,71$ ), COM $T/D=0,25$ , $(H+T)/D=0,499$ .....	70
FIGURA 2.35 – COMPARAÇÃO ENTRE A VELOCIDADE DE CORTE DO LEITO MEDIDA E VELOCIDADE DE CORTE MÉDIA CALCULADA.....	72
FIGURA 2.36 – TENSÃO TANGENCIAL NO FUNDO DA TUBULAÇÃO/TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA RELACIONADA À PROFUNDIDADE RELATIVA DO ESCOAMENTO .....	73
FIGURA 2.37 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL ADIMENSIONAL E PARÂMETRO DE TRANSPORTE .....	74
FIGURA 2.38 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA ADIMENSIONAL E PARÂMETRO DE TRANSPORTE .....	75
FIGURA 2.39 – CONCENTRAÇÕES LIMITE DE DEPOSIÇÃO DE SEDIMENTO CALCULADAS .....	76
FIGURA 2.40 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR ( $D = 1\text{ m}$ ) OBTIDA DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM VELOCIDADE MÉDIA DE $1,2\text{ m/s}$ SEM SEDIMENTO DE FUNDO.....	77
FIGURA 2.41 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS NO CONTORNO DA SEÇÃO CIRCULAR ( $D = 1\text{ m}$ ) COM SEDIMENTO DE FUNDO DE $14\text{ cm}$ DE ESPESSURA A) $U = 1,3\text{ m/s}$ , $K_s = 1\text{ mm}$ ; B) $U = 0,65\text{ m/s}$ , $K_s = 1\text{ mm}$ .....	78
FIGURA 2.42 – RELAÇÃO DE TENSÃO TANGENCIAL MÁXIMA E MÉDIA EM RELAÇÃO A $P_B/P_W$ .....	79
FIGURA 2.43 – TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO RETANGULAR CALCULADAS COM MODELOS DE TURBULÊNCIA $k - \epsilon$ E RMS ...	80
FIGURA 2.44 – COMPARAÇÃO ENTRE MODELO EXPERIMENTAL (OTA E NALLURI, 2003) E MODELO CFX.....	81
FIGURA 2.45 – INFLUÊNCIA DA PROFUNDIDADE NA VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL – $Q=3,5\text{ L/s}$ .....	82
FIGURA 2.46 – INFLUÊNCIA DA PROFUNDIDADE NA VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL – $Q=12\text{ L/s}$ .....	82
FIGURA 2.47 – SEÇÃO TRANSVERSAL E DEFINIÇÕES .....	83
FIGURA 2.48 – RESULTADOS DE DISTRIBUIÇÃO DE TENSÃO TANGENCIAL ....	84

FIGURA 3.1 – VISTA EM PLANTA DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR .....	91
FIGURA 3.2 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR .....	91
FIGURA 3.3 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 L/s COM 5 CAMADAS – CANAL CIRCULAR .....	92
FIGURA 3.4 – MALHA DE CONDIÇÕES DE CONTORNO UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO .....	92
FIGURA 3.5 – DEFINIÇÃO DE LATERAL E FUNDO DA SEÇÃO TRANSVERSAL ...	94
FIGURA 3.6 – TENTATIVA 1 - PERFIL DE LINHA DE ÁGUA - MALHA 2 CM x 1 CM	95
FIGURA 3.7 – TENTATIVA 2 - PERFIL DE LINHA DE ÁGUA - MALHA 1 CM (L= 23 M) x 0,5 CM (L=10 M) .....	96
FIGURA 3.8 – TENTATIVA 3 – VELOCIDADES DO ESCOAMENTO .....	97
FIGURA 3.9 – TENTATIVA 4 – VISÃO DE MONTANTE PARA JUSANTE DA GEOMETRIA DO CANAL .....	98
FIGURA 3.10 – TENTATIVA 4 - PERFIL DE LINHA DE ÁGUA - 0,5 CM (L=10 M) x 0,2 CM (L=2 M) COM CANAL DE APROXIMAÇÃO .....	99
FIGURA 3.11 – SEÇÃO TRAPEZOIDAL ÓTIMA .....	100
FIGURA 3.12 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL .....	101
FIGURA 3.13 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL .....	101
FIGURA 3.14 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 L/s COM 5 CAMADAS – CANAL TRAPEZOIDAL .....	102
FIGURA 3.15 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR .....	104
FIGURA 3.16 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR .....	104

FIGURA 3.17 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 L/s COM 5 CAMADAS – CANAL RETANGULAR.....	105
FIGURA 4.1 – COMPARAÇÃO ENTRE $T_{MÁX}/T_0$ DO MODELO FÍSICO DE OTA E NALLURI (2003) E $T_{MÁX}/T_I$ DO MODELO NUMÉRICO .....	108
FIGURA 4.2 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR (EM METROS) .....	108
FIGURA 4.3 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 3,5 L/s .....	109
FIGURA 4.4 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 12,0 L/s .....	109
FIGURA 4.5 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 24,0 L/s .....	110
FIGURA 4.6 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 3,5 L/s .....	111
FIGURA 4.7 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 6,0 L/s .....	111
FIGURA 4.8 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 9,0 L/s .....	112
FIGURA 4.9 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 12,0 L/s .....	112
FIGURA 4.10 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 18,0 L/s .....	113
FIGURA 4.11 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $T_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $T_0$ ) – CANAL CIRCULAR 24,0 L/s .....	113

FIGURA 4.12 – PERFIL DE VELOCIDADES NO EIXO DO CANAL PARA A SIMULAÇÃO DE 12 L/s COM 10 CAMADAS.....	114
FIGURA 4.13 – JUSTIFICATIVA PARA AUMENTO DA TENSÃO TANGENCIAL AO AUMENTAR A DISCRETIZAÇÃO AO LONGO DA PROFUNDIDADE .....	116
FIGURA 4.14 – DISTRIBUIÇÃO DA VELOCIDADE DE CORTE NA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 5 L/s.....	117
FIGURA 4.15 – DISTRIBUIÇÃO DA VELOCIDADE DE CORTE NA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 12 L/s.....	118
FIGURA 4.16 – COMPARAÇÃO ENTRE $T_{MÁX}/\tau_{HS}$ DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL TRAPEZOIDAL - LEITO .....	119
FIGURA 4.17 – COMPARAÇÃO ENTRE $T_{MÁX}/\tau_{HS}$ DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL TRAPEZOIDAL - PAREDES .....	119
FIGURA 4.18 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL TRAPEZOIDAL (EM METROS).....	121
FIGURA 4.19 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 5,0 L/s.....	121
FIGURA 4.20 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 12,0 L/s.....	122
FIGURA 4.21 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\tau_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL TRAPEZOIDAL 5,0 L/s....	123
FIGURA 4.22 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\tau_I$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL TRAPEZOIDAL 12,0 L/s..	123
FIGURA 4.23 – COMPARAÇÃO ENTRE $T_{MÁX}/\tau_{HS}$ DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL RETANGULAR - LEITO .....	125
FIGURA 4.24 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR (EM METROS) .....	126

FIGURA 4.25 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $T_l$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 2,7 L/s .....	127
FIGURA 4.26 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $T_l$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 4,0 L/s .....	127
FIGURA 4.27 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $T_l$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 7,0 L/s .....	128
FIGURA 4.28 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $T_l$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 12,0 L/s .....	128

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – TABELA-RESUMO DOS DADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS POR OTA E NALLURI (2003).....	71
TABELA 2.2 – TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR ( $D = 1\text{ M}$ ) OBTIDA DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM VELOCIDADE MÉDIA DE $1,2\text{ M/S}$ SEM SEDIMENTO DE FUNDO .....	78
TABELA 3.1 – PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO.....	93
TABELA 3.2 – CONDIÇÕES DE CONTORNO – MODELO TRAPEZOIDAL.....	102
TABELA 3.3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO – MODELO RETANGULAR.....	105
TABELA 4.1 – RESULTADOS CANAL TRAPEZOIDAL.....	120
TABELA 4.2 – RESULTADOS CANAL RETANGULAR .....	125

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	–	Área da seção transversal ( $m^2$ )
$C$	–	Coeficiente de Chézy ( $m^{1/2}/s$ )
$C_s$	–	Coeficiente adimensional
$C_f$	–	Coeficiente adimensional de atrito
$d$	–	Diâmetro do grão de sedimento (m)
$D$	–	Diâmetro do tubo (m)
$dv/dy$	–	Gradiente de velocidades ( $s^{-1}$ )
$F$	–	Força ( $N/m^2$ )
$g$	–	Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )
$g_x, g_y, g_z$	–	Componente da aceleração da gravidade em x, y e z ( $m/s^2$ )
$\Delta H$	–	Perda de carga ao longo do escoamento (m)
$H$	–	Diferença entre leituras de pressão dinâmica e estática (m)
$h$	–	Profundidade do escoamento (m)
$k_s$	–	Altura de rugosidade de areia de Nikuradse (m)
$L$	–	Comprimento (m)
$\Delta L_i$	–	Trecho do perímetro molhado (m)
$l_m$	–	Comprimento de mistura de Prandtl (m)
$p_t$	–	Pressão dinâmica ( $N/m^2$ )
$p_0$	–	Pressão estática ( $N/m^2$ )
$P$	–	Pressão local ( $N/m^3$ )
$P$	–	Perímetro molhado da seção transversal (m)
$q_b$	–	Descarga sólida de fundo por unidade de largura, em base volumétrica ( $m^2/s$ )



$R_h$	–	Raio Hidráulico (m)
$S$	–	Declividade do canal (m/m)
$S_s$	–	Densidade relativa do sedimento
$S_{lk}$	–	Tensor de taxa de deformação do escoamento médio
$u, v, w$	–	Componente da velocidade do escoamento na direção x, y e z (m/s)
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	–	Velocidade média do escoamento na direção x, y e z (m/s)
$u', v', w'$	–	Flutuação de velocidade do fluido na direção x, y e z (m/s)
$\bar{u}', \bar{v}'$	–	Flutuação média de velocidade na direção x e y (m/s)
$v_0$	–	Velocidade do escoamento fora da camada limite (m/s)
$v_*$	–	Velocidade de corte (m/s)
$y'$	–	Altura em que a velocidade calculada resulta zero (m)
$W$	–	Peso do volume de controle (N)
$\delta_{SL}$	–	Espessura da subcamada laminar (m)
$\sigma'_i$	–	Tensão normal turbulenta na direção i (N/m <sup>2</sup> )
$\tau'_{ij}$	–	Tensão tangencial turbulenta no plano ij (N/m <sup>2</sup> )
$\tau$	–	Tensão tangencial (N/m <sup>2</sup> )
$\tau_o$	–	Tensão tangencial média no contorno do canal – Equação Geral da Resistência (N/m <sup>2</sup> )
$\tau_{turb}$	–	Tensão tangencial decorrente da turbulência (N/m <sup>2</sup> )
$\tau_i$	–	Tensão tangencial média aplicada no trecho $\Delta L_i$ (N/m <sup>2</sup> )
$\bar{\tau}_i$	–	Tensão tangencial média obtida a partir de medições no canal (N/m <sup>2</sup> )
$\gamma$	–	Peso específico (N/m <sup>3</sup> )
$\mu$	–	Viscosidade dinâmica (Pa.s)
$\rho$	–	Densidade do fluido (kg/m <sup>3</sup> )
$\kappa$	–	Constante adimensional de von Karman (0,4)

$\Phi$	–	Parâmetro de transporte
$\psi$	–	Tensão tangencial adimensional
$\nu$	–	Viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> /s)
$\Delta$	–	Espaçamento entre elementos da malha (m)
$\nu_T$	–	Viscosidade turbulenta de Smagorinski (m <sup>2</sup> /s)
$S_{ij}$	–	Taxa de deformação

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
1.1	OBJETIVOS .....	23
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>24</b>
2.1	RESISTÊNCIA AO ESCOAMENTO .....	24
2.1.1	Tensões tangenciais à parede do canal .....	24
2.1.2	Tensão tangencial média .....	28
2.1.3	Equação de Chézy .....	30
2.1.4	Velocidade de corte .....	31
2.1.5	Correntes secundárias e seus efeitos .....	31
2.2	MÉTODOS PARA OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO PERIMETRAL DA TENSÃO TANGENCIAL .....	33
2.2.1	Métodos indiretos .....	34
2.2.2	Métodos diretos .....	40
2.2.2.1	Medidor de tensões tangenciais .....	40
2.2.2.2	Tubo de Preston .....	40
2.2.3	Métodos numéricos – Dinâmica dos fluidos computacional .....	42
2.2.3.1	Equações governantes .....	42
2.2.3.2	Modelos de turbulência .....	46
2.2.3.3	Modelo Hidráulico Computacional – Telemac3D .....	50
2.3	ESTUDOS REALIZADOS SOBRE A DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS NO FUNDO DE CANAIS .....	53
2.3.1	Leighly (1932 citado por GRAF, 1984) .....	53
2.3.2	Lane (1952) .....	54
2.3.3	Enger (1961) .....	56
2.3.4	Ippen e Drinker (1962) .....	60
2.3.5	Lundgren e Jonsson (1964 citado por GRAF, 1984) .....	63
2.3.6	Replogle e Chow (1966) .....	63
2.3.7	Knight e Sterling (2000) .....	67
2.3.8	Ota e Nalluri (2003) .....	70

2.3.9	Berlamont et al. (2003) .....	76
2.3.10	Inoue (2005) .....	80
2.3.11	Das et al. (2017) .....	83
2.3.12	Análise integradora dos estudos apresentados.....	84
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>86</b>
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA .....	86
3.1.1	Quanto à abordagem.....	86
3.1.2	Quanto à natureza.....	86
3.1.3	Quanto aos objetivos e procedimentos .....	86
3.2	SOFTWARES E HARDWARE UTILIZADOS .....	88
3.3	METODOLOGIA ADOTADA PARA CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA .....	88
3.4	ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR .....	89
3.4.1	Investigação experimental de referência .....	89
3.4.2	Modelagem numérica do caso estudado .....	89
3.4.2.1	Modelo e dados de entrada utilizados .....	89
3.4.2.2	Condição de convergência.....	93
3.4.2.3	Justificativa para adoção da configuração de modelagem apresentada	94
3.5	ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL.....	99
3.5.1	Investigação experimental de referência .....	99
3.5.2	Modelagem numérica do caso estudado .....	100
3.5.2.1	Modelo e dados de entrada utilizados.....	100
3.5.2.2	Condição de convergência.....	103
3.6	ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR .....	103
3.6.1	Investigação experimental de referência .....	103
3.6.2	Modelagem numérica do caso estudado .....	103
3.6.2.1	Modelo e dados de entrada utilizados.....	103
3.6.2.2	Condição de convergência.....	106
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>107</b>
4.1	CANAL CIRCULAR .....	107
4.1.1	Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Ota e Nalluri (2003) .....	107

4.1.2	Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal .....	108
4.1.3	Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\tau_i$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ ) .....	110
4.1.4	Discussões sobre os resultados do modelo de canal circular .....	114
4.2	<b>CANAL TRAPEZOIDAL</b> .....	116
4.2.1	Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Lane (1952) .....	118
4.2.2	Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal .....	120
4.2.3	Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\tau_i$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ ) .....	122
4.2.4	Discussões sobre os resultados do modelo de canal trapezoidal .....	124
4.3	<b>CANAL RETANGULAR</b> .....	124
4.3.1	Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Lane (1952) .....	124
4.3.2	Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal .....	126
4.3.3	Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\tau_i$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ ) .....	129
4.3.4	Discussões sobre os resultados do modelo de canal retangular .....	129
5	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b> .....	130
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	133
	<b>APÊNDICE 1 – CÁLCULO DE TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS NO MODELO NUMÉRICO</b> .....	136

## 1 INTRODUÇÃO

Desde o início do século XX, estudos que objetivam a determinação da distribuição da tensão tangencial no fundo de canais com escoamento à superfície livre vêm sendo realizados. A motivação destes estudos decorre do fato de capacidade de transporte do sedimento depositado no fundo de um canal estar relacionada com a tensão tangencial produzida pelo contato entre o fluxo e a superfície deste canal. Consequentemente, a importância desta informação está associada tanto a situações em que se deseja prevenir a erosão, quanto a situações em que a erosão é desejada (CHOW, 1959). Como exemplos de estudos de prevenção de erosão, citam-se a estabilidade de canais escavados, estudos de assoreamento em rios, estabilidade de barragens e ensecadeiras e projetos de desarenadores. Quanto a situações em que a erosão é desejada, casos comumente observados na engenharia são estimativas de velocidade de autolimpeza de galerias de águas pluviais e esgoto e prevenção do assoreamento de reservatórios, com consequente perda de capacidade de armazenamento.

A tensão tangencial no contorno de um canal é variável conforme a profundidade do fluxo que se avalia, tendendo a atingir seu maior valor no ponto de maior profundidade. Usualmente, para avaliação da capacidade de transporte dos sedimentos por arraste, utiliza-se o conceito de tensão tangencial média  $\tau_0$ , calculada a partir da Equação Geral da Resistência. No entanto, estudos experimentais conduzidos por Ota e Nalluri (2003) demonstraram que, para seções circulares rugosas com profundidades intermediárias de fluxo, a tensão tangencial no fundo do canal possui maior intensidade do que a tensão tangencial média  $\tau_0$ . Desta forma, conclui-se que a capacidade de transporte de sedimentos por arraste é subestimada ao utilizar o valor da tensão tangencial média  $\tau_0$  como parâmetro nas formulações de transporte de sedimentos.

A real capacidade de transporte de sedimentos por arraste poderia ser obtida a partir da determinação do valor da tensão tangencial em qualquer ponto do perímetro molhado de um escoamento em superfície livre. A evolução histórica dos estudos sobre este tema aponta a modelagem hidráulica computacional como ferramenta promissora, podendo resultar em relações entre tensão tangencial média e máxima para cada tipo de seção transversal. Deste modo, o escopo deste estudo abrange avaliações de tensões tangenciais no perímetro molhado de canais

circulares, trapezoidais e retangulares, em escoamento uniforme permanente de água (fluido newtoniano) com superfície livre, obtidos a partir de ferramentas de modelagem hidráulica computacional, considerando efeitos de turbulência reproduzidos em modelo numérico.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é estudo do comportamento da tensão tangencial ao longo do perímetro molhado de escoamentos permanentes e uniformes em canais com superfície livre.

### Objetivos específicos

- a) Verificar a representatividade dos valores calculados de tensão tangencial no leito de canais em modelo hidráulico numérico, quando comparados aos valores obtidos em modelo hidráulico físico;
- b) Analisar o comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal;
- c) Comparar o valor da tensão tangencial média do modelo numérico com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência;
- d) Verificar se o modelo computacional Telemac3D é adequado para estudos dessa natureza.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta o embasamento teórico relacionado ao tema em estudo, iniciando-se por aspectos relacionados à resistência ao escoamento e contemplando também os fundamentos da modelagem hidráulica computacional.

### 2.1 RESISTÊNCIA AO ESCOAMENTO

O escoamento de um fluido real (fluidos cujas moléculas sofrem forças de atração) está em constante processo de dissipação de energia. Esta dissipação de energia está relacionada com a resistência sofrida pelo fluido em seu movimento e, segundo Rouse<sup>1</sup> (1965, citado por YEN, 2002), pode decorrer de quatro componentes, sendo eles:

- Atrito com a superfície do canal;
- Forma do canal;
- Distorção da superfície livre decorrente de ondas;
- Aceleração local.

Considerando que o escopo do presente estudo contempla situações de escoamento permanente uniforme em canais retilíneos, a resistência ao escoamento a ser estudada será exclusivamente a decorrente da rugosidade uniforme do leito.

#### 2.1.1 Tensões tangenciais à parede do canal

Yen (2002) apresenta, em seu trabalho, uma relação conceitual de parâmetros adimensionais que afetam o fator de atrito ( $f$ ) da equação de Darcy-Weisbach. Estes parâmetros são:

- Número de Reynolds;
- Rugosidade relativa (relação entre rugosidade de Nikuradse e raio hidráulico);
- Geometria da seção transversal;
- Não uniformidade do canal em perfil e em planta;

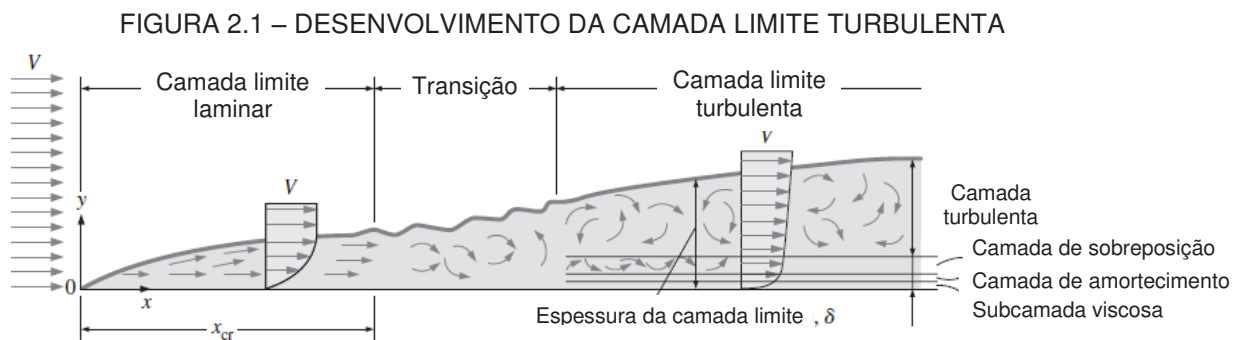
---

<sup>1</sup> ROUSE, H. **Critical analysis of open-channel resistance**. Journal of Hydraulics. Div. Am. Soc. Civ. Eng. 91(HY4), I-25. 1965.

- Número de Froude;
- Grau de não permanência do escoamento.

Considerando as diversas variáveis que podem influenciar o fator de atrito, o Diagrama de Moody pode ser entendido como um caso especial que considera apenas dois dos seis parâmetros determinantes do fator de atrito. Neste diagrama, são relacionados o número de Reynolds e a rugosidade relativa, considerando escoamentos permanentes em tubos retilíneos de diâmetro constante.

A Teoria da Camada Limite explica a forma como o perfil de velocidades de um escoamento é afetado pela presença de uma superfície com rugosidade. A FIGURA 2.1 ilustra o desenvolvimento da camada limite turbulenta.



Essa variação de velocidades ao longo da profundidade provoca tensões tangenciais decorrentes dos efeitos viscosos, ou seja, a tensão desenvolvida entre as camadas de fluido, em decorrência da resistência ao movimento das moléculas, umas em relação às outras. Em fluxos laminares, a tensão tangencial depende exclusivamente dos efeitos viscosos. A Equação (2.1) define matematicamente a tensão tangencial decorrente de efeitos viscosos.

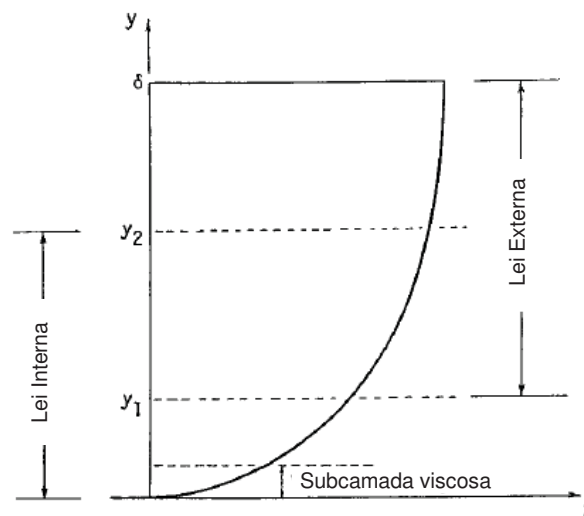
$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (2.1)$$

Onde:

- $\tau$  – Tensão tangencial (N/m<sup>2</sup>)
- $\mu$  – Viscosidade dinâmica (Pa.s)
- $dv/dy$  – Gradiente de velocidades (s<sup>-1</sup>)

O escoamento turbulento pode ser dividido em duas leis universais de velocidades, uma interna, mais conhecida como Lei de Parede, e outra externa à camada limite. A subcamada viscosa é a região mais próxima ao contorno do canal e caracteriza-se pela dominância dos efeitos viscosos, aspecto inerente ao escoamento laminar. A FIGURA 2.2 ilustra o perfil de velocidades de um escoamento e as leis que as definem.

FIGURA 2.2 – PERFIL DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO TURBULENTO



FONTE: Yen (2002)

A região de sobreposição das leis interna e externa de velocidades são passíveis de representação pela mesma equação, apresentada no item 2.2.1.

Devido à baixa viscosidade da água, a maioria dos escoamentos com este fluido são classificados como turbulentos. Nestes escoamentos, além das tensões tangenciais decorrentes dos efeitos viscosos, existem tensões derivadas dos efeitos da turbulência. Estes aspectos serão apresentados mais detalhadamente no item 2.2.3.2.

Conforme visto, no contorno do canal, mesmo nos escoamentos turbulentos, predominam as tensões tangenciais decorrentes da viscosidade. Portanto, a tensão tangencial pode ser expressa conforme a Equação (2.2) (YEN, 2002).

$$\tau = \mu \left. \frac{dv}{dy} \right|_{y=0} = \mu \cdot \frac{v}{y} \quad (2.2)$$

Onde:

- $v$  – Velocidade do fluxo (m/s)
- $y$  – Distância do fundo do canal (m)

A dimensão da subcamada viscosa é muito pequena (ver Equação (2.16)) e considera-se que medições de velocidade são difíceis até mesmo na faixa regida pela Lei de Parede, abaixo da região de sobreposição (YEN, 2002).

Segundo Henderson (1966), a tensão tangencial localizada no fundo do canal em qualquer ponto da superfície sólida pode ser determinada conforme a Equação (2.3).

$$\tau = \frac{1}{2} C_f \rho u^2 \quad (2.3)$$

Onde:

- $C_f$  – Coeficiente adimensional de atrito
- $\rho$  – Densidade do fluido (kg/m<sup>3</sup>)
- $u$  – Velocidade do fluxo (m/s)

O coeficiente adimensional  $C_f$ , representativo do atrito provocado pela superfície do fundo do canal, pode ser representado na forma da Equação (2.4) para a condição de camada limite turbulenta. Esta equação é válida para superfícies paralelas ao fluxo (HENDERSON, 1966).

$$C_f = 0,059 \left( \frac{v_0 \cdot x}{\nu} \right)^{-1/5} \quad (2.4)$$

Onde:

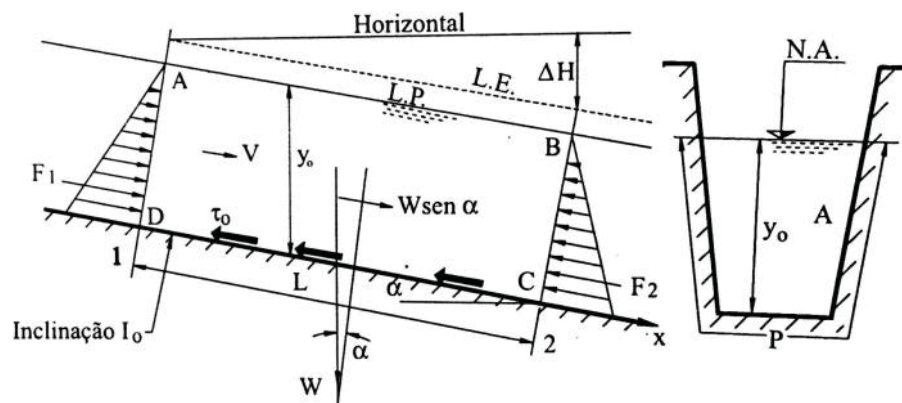
- $v_0$  – Velocidade do escoamento fora da camada limite (m/s)
- $x$  – Distância do início da camada limite até o ponto em análise (m)
- $\nu$  – Viscosidade cinemática (m<sup>2</sup>/s)

### 2.1.2 Tensão tangencial média

Muitos fatores podem influenciar a distribuição das tensões tangenciais nos contornos de um canal. Henderson (1966) cita como exemplos destes fatores as assimetrias da geometria do canal e a existência de correntes secundárias (ver item 2.1.5). Segundo este autor, a existência destes fatores não impede a determinação de uma equação que defina a tensão tangencial em termos médios, desconsiderando a forma como ela está distribuída nos contornos do canal.

A dedução da Equação Geral da Resistência inicia-se a partir do conceito da 2ª Lei de Newton, considerando as forças que atuam sobre o volume de controle de massa fluida apresentadas na FIGURA 2.3.

FIGURA 2.3 – FORÇAS ATUANTES EM UM VOLUME DE CONTROLE DE MASSA FLUIDA



FONTE: Adaptado de Vennard (1961)

Onde:

- $LE$  – Linha de Energia
- $LP$  – Linha Piezométrica
- $F_1$  – Força de pressão sobre a superfície da seção 1
- $F_2$  – Força de pressão sobre a superfície da seção 2
- $L$  – Comprimento do volume de controle (m)
- $W$  – Peso do volume de controle (N)
- $y_0$  – Profundidade do escoamento na direção vertical (m)
- $A$  – Área da seção transversal ( $m^2$ )

- $P$  – Perímetro molhado da seção transversal (m)  
 $\tau_0$  – Tensão tangencial média (N/m<sup>2</sup>)  
 $\Delta H$  – Perda de carga ao longo do escoamento (m)

Para escoamento permanente e uniforme, tem-se que  $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0$ .

$$\sum \vec{F}_x = F_1 - F_2 + W \cdot \text{sen}\alpha - \tau_0 \cdot P \cdot L = 0$$

O peso  $W$  do volume de controle é igual a  $\gamma AL$ . Para ângulos pequenos, a simplificação  $\text{sen}\alpha = \text{tg}\alpha = \Delta z/L = S$ , sendo  $S$  a declividade da linha de energia, coincidente com a declividade do canal, para escoamentos uniformes. Portanto:

$$WS - \tau_0 \cdot P \cdot L = 0 \therefore \gamma \cdot A \cdot L \cdot S = \tau_0 \cdot P \cdot L \therefore \tau_0 = \gamma \cdot \frac{A}{P} \cdot S$$

Equação Geral da Resistência:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_h \cdot S \quad (2.5)$$

Onde:

- $\tau_0$  – Tensão tangencial média no contorno do canal (N/m<sup>2</sup>)  
 $\gamma$  – Peso específico (N/m<sup>3</sup>)  
 $R_h$  – Raio Hidráulico (m)  
 $S$  – Declividade da linha de energia (m/m)

Para o caso de escoamento não uniforme, há aceleração do fluido. Considerando que o escoamento é permanente, ou seja, não varia no tempo, a aceleração é igual a  $v \cdot dv/dx$ . Aplicando o equilíbrio de forças, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \gamma \cdot A \cdot L \cdot S - \tau_0 \cdot P \cdot L + \rho \cdot A \cdot v \frac{dv}{dx} \Delta x &= 0 \\
 \therefore \tau_0 \cdot P \cdot L &= \gamma \cdot A \cdot L \cdot S + \rho \cdot A \cdot v \frac{dv}{dx} \Delta x \\
 \therefore \tau_0 &= \gamma \cdot R_h \left( \frac{dh}{dx} + \rho \frac{v}{g} \frac{dv}{dx} \right) = \gamma \cdot R_h \left( h + \frac{\bar{u}^2}{2g} \right) \\
 \therefore \tau_0 &= \gamma \cdot R_h \cdot S
 \end{aligned}$$

Onde:

$h$  – Profundidade do escoamento (m)

$\bar{u}$  – Velocidade média (m/s)

Portanto, a Equação (2.5) é válida para escoamentos permanentes uniformes e não uniformes. É aplicável a qualquer seção transversal e está condicionada à existência de baixas declividades, dada a simplificação do valor de  $\text{sen}\alpha$ . Segundo Henderson (1966), a tensão tangencial média em uma seção transversal, calculada a partir da Equação (2.5), é válida tanto para escoamentos em tubulações à seção plena, quanto para canais abertos, variando a forma de distribuição da tensão resistente ao longo do perímetro molhado.

### 2.1.3 Equação de Chézy

A Equação de Chézy (Equação (2.6)) é conhecida como a equação fundamental do escoamento permanente uniforme em canais.

$$Q = CA\sqrt{R_h S} \quad (2.6)$$

Onde:

$C$  – Coeficiente de Chézy ( $\text{m}^{1/2}/\text{s}$ )

A Equação (2.7) relaciona o coeficiente de Chézy à rugosidade de Nikuradse, para escoamentos turbulentos rugosos (HENDERSON, 1966).

$$C = \sqrt{8g} \cdot 2 \log \frac{12R_h}{k_s} = 17,72 \log \frac{12R_h}{k_s} \quad (2.7)$$

Onde:

$g$  – Aceleração da gravidade ( $\text{m}/\text{s}^2$ )

$k_s$  – Altura de rugosidade de areia de Nikuradse (m)

### 2.1.4 Velocidade de corte

A velocidade de corte, conceito que deriva da tensão tangencial média, representa uma medida da intensidade das flutuações turbulentas (GRAF, 1984). Não é propriamente uma velocidade, mas está relacionada à velocidade de fluido real que daria origem à tensão tangencial  $\tau_0$  (HENDERSON, 1966). A Equação (2.8) apresenta a relação entre a velocidade de corte e a tensão tangencial média.

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{gR_h S} \quad (2.8)$$

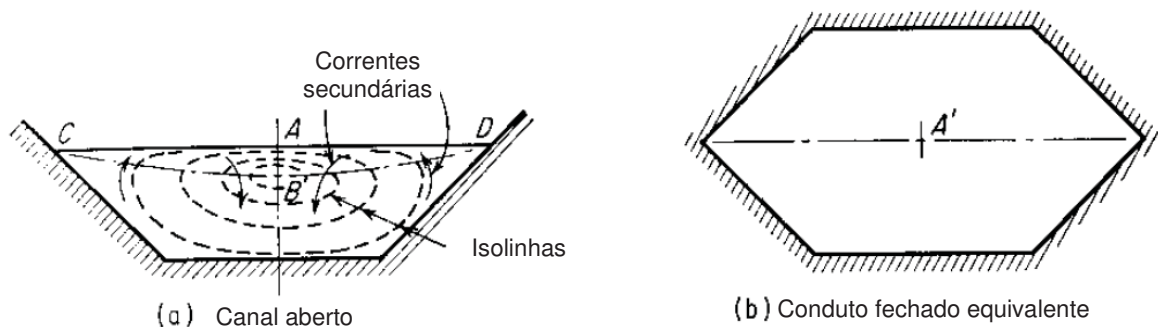
Onde:

$v_*$  – Velocidade de corte (m/s)

### 2.1.5 Correntes secundárias e seus efeitos

A FIGURA 2.4 apresenta uma seção de canal aberto e sua seção fechada equivalente. Segundo Henderson (1966), a distribuição da tensão tangencial nestas seções é comparável, porém não exata. Esta diferença decorre da dissimilaridade na posição de velocidade máxima das duas seções: o ponto B', representativo da posição de máxima velocidade para a seção de canal aberto, está posicionado abaixo do ponto A', que corresponde à localização da máxima velocidade na seção fechada equivalente. A disparidade entre os pontos de máxima velocidade das seções equivalentes decorre da existência de correntes secundárias.

FIGURA 2.4 – COMPARAÇÃO ENTRE UM CANAL ABERTO E SUA SEÇÃO FECHADA EQUIVALENTE

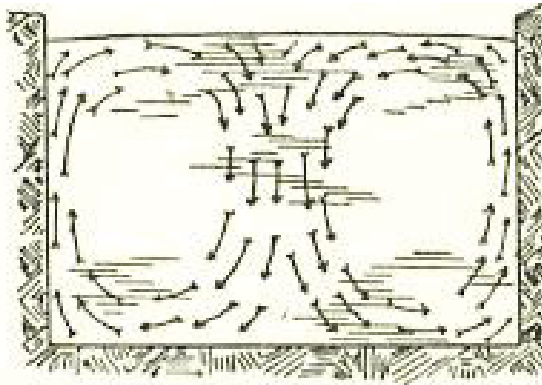


FONTE: Henderson (1966)



O fluxo na direção longitudinal de um canal é conhecido como fluxo principal. Em contrapartida, as correntes secundárias representam as circulações transversais em uma seção, causada pela anisotropia da turbulência (TORFS, 1995). A existência de correntes secundárias e sua influência sobre a posição da velocidade máxima em uma seção transversal foi inicialmente percebida por Stearns<sup>2</sup> (1883, citado por REPLOGLE e CHOW, 1966). Acerca deste tema, Gibson (1909) constatou que a depressão do ponto de máxima velocidade em uma seção transversal de trecho reto de um canal aberto se deve às correntes transversais provocadas pelas paredes do canal. Estas correntes transversais convergem para o centro do canal nas proximidades da superfície livre e, próximo ao fundo, tendem ao sentido oposto ao do centro do canal (ver FIGURA 2.5). O efeito das correntes secundárias é reduzido pela diminuição da velocidade do fluxo, mas pode ser observado mesmo em velocidades muito baixas (GIBSON, 1909). Este fluxo transversal, apesar de sua pequena magnitude (da ordem de 1% da velocidade principal do fluxo (KNIGHT, et al., 2018)), influencia na posição de ocorrência da velocidade máxima, cuja profundidade em relação à superfície livre aumenta proporcionalmente à relação entre profundidade e largura do escoamento (REPLOGLE e CHOW, 1966).

FIGURA 2.5 – CORRENTES SECUNDÁRIAS EM UM CANAL RETANGULAR ABERTO



FONTE: Gibson (1909)

Quanto à influência da rugosidade na formação de correntes secundárias, testes realizados por Replogle e Chow (1966) mostraram maior depressão da posição da velocidade máxima no tubo menos rugoso. Apesar desta constatação, os autores

---

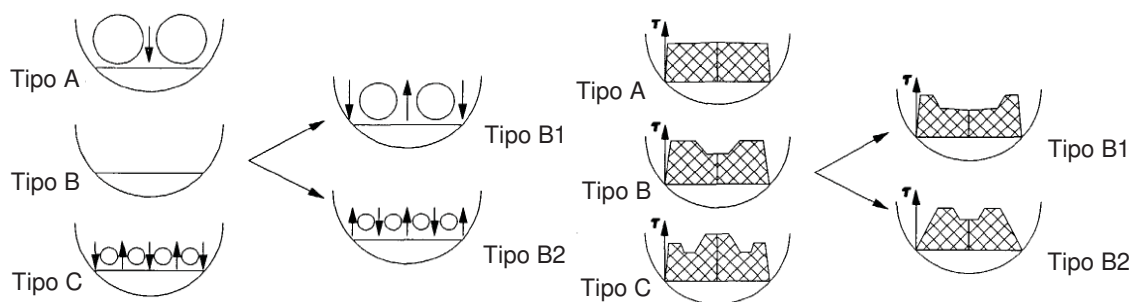
<sup>2</sup> STEARNS, F. P. **On the current-meter, together with a reason why the maximum velocity of water flowing in open channels is below the surface.** Transactions, v. 12, pg. 301-338. 1883.

afirmam que a principal determinante das correntes secundárias é a geometria do canal.

Estudos de Tominaga et al.<sup>3</sup> (1989, citado por TORFS, 1995) e Sarma<sup>4</sup> (1993, citado por TORFS, 1995) conduziram a uma conclusão acerca da relação entre as correntes secundárias e a distribuição de tensões tangenciais: estas possuem valor máximo em regiões onde as correntes secundárias apontam para o fundo do canal. O inverso também é válido, ou seja, os locais de tensão tangencial mínima coincidem com correntes secundárias que se afastam dos contornos do canal.

Kleijwegt (1992) categorizou algumas formas possíveis de ocorrência de correntes secundárias em um canal circular com sedimento de fundo e relacionou à distribuição de tensões tangenciais decorrentes do escoamento, conforme ilustrado na FIGURA 2.6.

FIGURA 2.6 – CORRENTES SECUNDÁRIAS EM UM CANAL CIRCULAR COM SEDIMENTO DE FUNDO E A CORRESPONDENTE DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS



FONTE: Adaptado de Kleijwegt (1992)

## 2.2 MÉTODOS PARA OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO PERIMETRAL DA TENSÃO TANGENCIAL

A tensão tangencial média, calculada a partir da Equação Geral da Resistência (Equação (2.5)), é utilizada direta ou indiretamente na maioria das formulações de transportes de sedimentos. No caso de canais circulares, a distribuição da tensão tangencial em escoamentos à seção plena é uniforme, portanto a utilização da tensão tangencial média para estudos de transporte de sedimentos

<sup>3</sup> TOMINAGA, A.; NEZU, I.; EZAKI, K.; NAKAGAWA, H. **Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows**. Journal of hydraulic research, 1989.

<sup>4</sup> SARMA, A. K., **Velocity, shear and friction factor studies in subcritical rough turbulent open channel flows**. Indian Institute of Science. Bangalore, 1993.

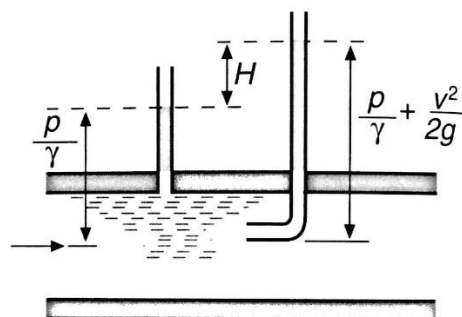
nesses casos é adequada. Em escoamentos com superfície livre, no entanto, a tensão tangencial no fundo do canal, na região de maior profundidade de escoamento, possui valores superiores à tensão tangencial média. A posição em que ocorre o valor máximo da tensão tangencial coincide com o local preferencial de deposição de sedimentos, indicando maior capacidade de arraste (OTA e NALLURI, 2003). Desse fato, decorre a importância do conhecimento da distribuição da tensão tangencial ao longo do perímetro da seção transversal, cujos diferentes métodos para obtenção estão apresentados neste item.

### 2.2.1 Métodos indiretos

Os métodos indiretos de obtenção de tensões tangenciais na seção transversal do fluxo têm como premissa o conhecimento da distribuição de velocidades transversalmente ao escoamento, que pode ser obtida de diferentes formas.

O tubo de Pitot é uma antiga ferramenta utilizada para mensurar a velocidade de um escoamento. Sua criação data de 1730, pelo físico francês Pitot (AZEVEDO NETTO, et al., 1998). A FIGURA 2.7 ilustra esquematicamente seu funcionamento, consistindo em um piezômetro e um tubo de estagnação inserido no fluxo, na posição onde se deseja medir a velocidade. A Equação (2.9) relaciona a velocidade do fluido com a diferença entre a medição da pressão dinâmica  $p/\gamma + v^2/2g$  e da pressão estática  $p/\gamma$ .

FIGURA 2.7 – TUBO DE PITOT



FONTE: Azevedo Netto et al. (1998)

$$v = \sqrt{2gH} \quad (2.9)$$

Onde:

$H$  – Diferença entre leituras de pressão dinâmica e estática (m)

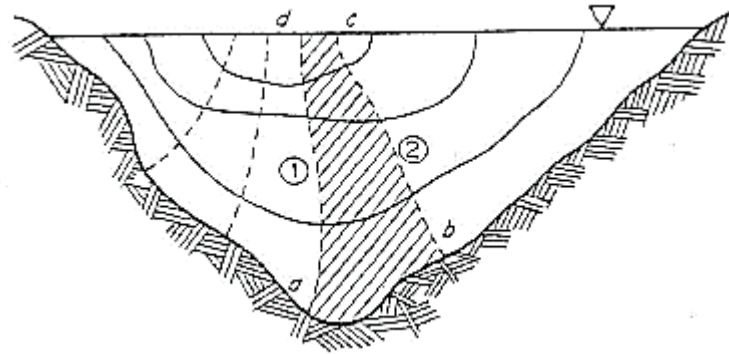
Métodos mais modernos e automatizados permitem medir a velocidade do fluxo de forma pontual, como a anemometria de fio quente e a LDV (Laser Doppler Velocimetry). Já a Velocimetria por Imagem de Partículas (PIV) é uma técnica ótica que permite obter a distribuição de velocidades em um plano do escoamento. Partículas traçadoras são transportadas pelo fluxo analisado e suas posições são captadas por uma câmera ao serem iluminadas por um laser. Após um curto período de tempo, o laser é novamente ativado e a câmera capta a nova posição das partículas. Um programa computacional calcula o deslocamento destas partículas no intervalo de tempo analisado e determina a distribuição de velocidades na região em análise (ÇENGEL e CIMBALA, 2006).

Os métodos indiretos de determinação da distribuição de tensões tangenciais mais utilizados em estudos são o Método de Isolinhas e Ortogonais e a Lei de Parede.

#### Método de Isolinhas e Ortogonais

A FIGURA 2.8 ilustra isolinhas de velocidade (linhas contínuas) e suas ortogonais (linhas pontilhadas) em uma seção qualquer. Dado que as ortogonais são superfícies em que não há gradiente de velocidade, não há variação na quantidade de movimento e, conseqüentemente, não há tensão tangencial atuando nestas superfícies (LANE, 1952). A tensão tangencial entre as superfícies ortogonais é obtida calculando-se o peso de água do volume de controle respectivo (área hachurada apresentada na FIGURA 2.8), aplicado sobre a área do fundo.

FIGURA 2.8 – ISOLINHAS E ORTOGONAIS DE VELOCIDADE



FONTE: Graf (1984)

### Lei de Parede

A Lei de parede é baseada na teoria de turbulência formulada por Prandtl<sup>5</sup> (1926, citado por ENGER, 1961), mais conhecida como Comprimento de Mistura de Prandtl, cuja descrição mais detalhada pode ser encontrada no item 2.2.3.2. Von Karman<sup>6</sup> (1930, citado por ENGER, 1961) assumiu que a turbulência seria independente da viscosidade e que o padrão de distribuição de velocidade em uma seção transversal seria similar para diferentes seções transversais, variando os seus valores escalares. Deste modo, definiu uma relação de proporcionalidade para o comprimento de mistura  $l_m$ , conforme representado na Equação (2.10).

$$l_m = \kappa \left| \frac{du/dy}{d^2u/dy^2} \right| \quad (2.10)$$

Onde:

- $l_m$  – Comprimento de mistura de Prandtl (m)
- $\kappa$  – Constante adimensional de von Karman (0,4)
- $y$  – Profundidade do ponto de medição de velocidade (m)

<sup>5</sup> PRANDTL, L. **Über die ausgebildete Turbulenz**. ZAMM, Vol. 5 (1925), p. 136, and 2nd INTERN CONGR APPL MECH, PROC, Zurich, 1926.

<sup>6</sup> VON KARMAN, T. **Goettinger Nachrichten**. 3º Congresso Internacional de Engenharia Mecânica. Estocolmo, 1930.

A partir da substituição da Equação (2.10) na Equação (2.34) (Equação do Comprimento de Mistura de Prandtl), é obtida a Equação Universal da Lei de Parede (Equação (2.11)). As Equações (2.12) e (2.13) são válidas para escoamento turbulento liso (altura da rugosidade é inferior à espessura da subcamada viscosa) e turbulento rugoso (rugosidade transcende a subcamada viscosa), respectivamente (KUNDU e COHEN, 1990).

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln y_+ + \text{const} \quad (2.11)$$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y_+ + 5 = 5,5 + 5,75 \log y \quad y_+ = \frac{y u_*}{\nu} \quad (2.12)$$

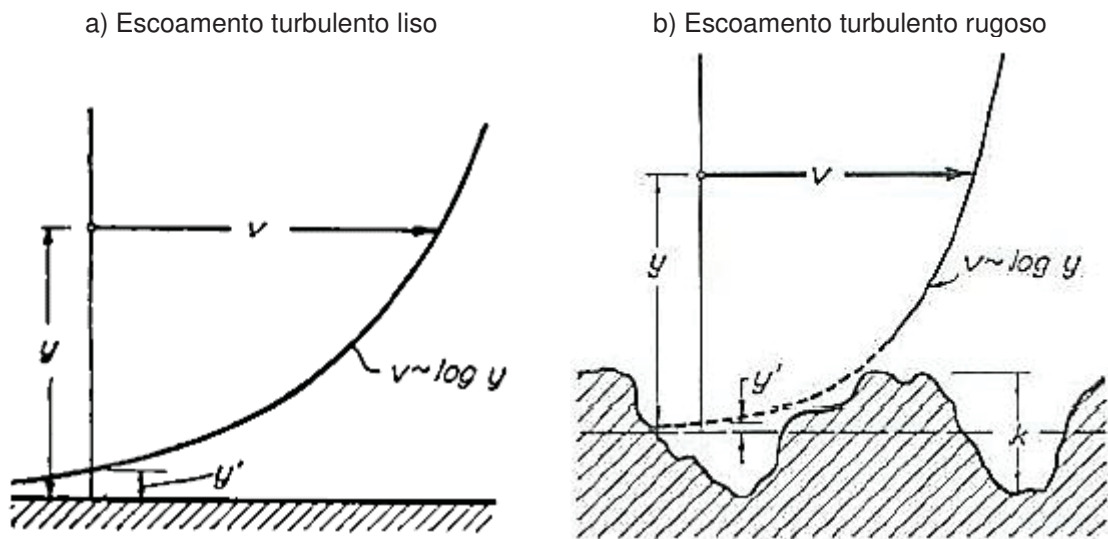
$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y'} = 8,5 + 5,75 \log \frac{y}{k_s} \quad (2.13)$$

Onde:

- $u$  – Velocidade do fluxo (m/s)
- $\kappa$  – Constante adimensional de von Karman (0,4)
- $\nu$  – Viscosidade cinemática do fluido (m<sup>2</sup>/s)
- $\epsilon$  – Constante negligenciada por seu pequeno valor quando comparado com  $y$  (m)
- $\delta$  – Constante (m)
- $y'$  – Altura em que a velocidade calculada resulta zero (m)

A FIGURA 2.9 ilustra as principais variáveis das equações da Lei de Parede.

FIGURA 2.9 – VARIÁVEIS DA LEI DE PAREDE



FONTE: Rouse (1946)

O valor de  $y'$  pode ser obtido a partir da Equação (2.14).

$$y' = \frac{0,108v}{\sqrt{\tau_0/\rho}}, \text{ para escoamento turbulento liso} \quad (2.14)$$

$$y' = \frac{k_s}{30}, \text{ para escoamento turbulento rugoso}$$

Para a subcamada viscosa, a velocidade possui variação linear, segundo a Equação (2.15). Sua espessura pode ser determinada de acordo com a Equação (2.16) (ÇENGEL e CIMBALA, 2006).

$$\frac{u}{u_*} = y_+ \quad (2.15)$$

$$\delta_{SL} \cong \frac{5v}{u_*} \quad (2.16)$$

Onde:

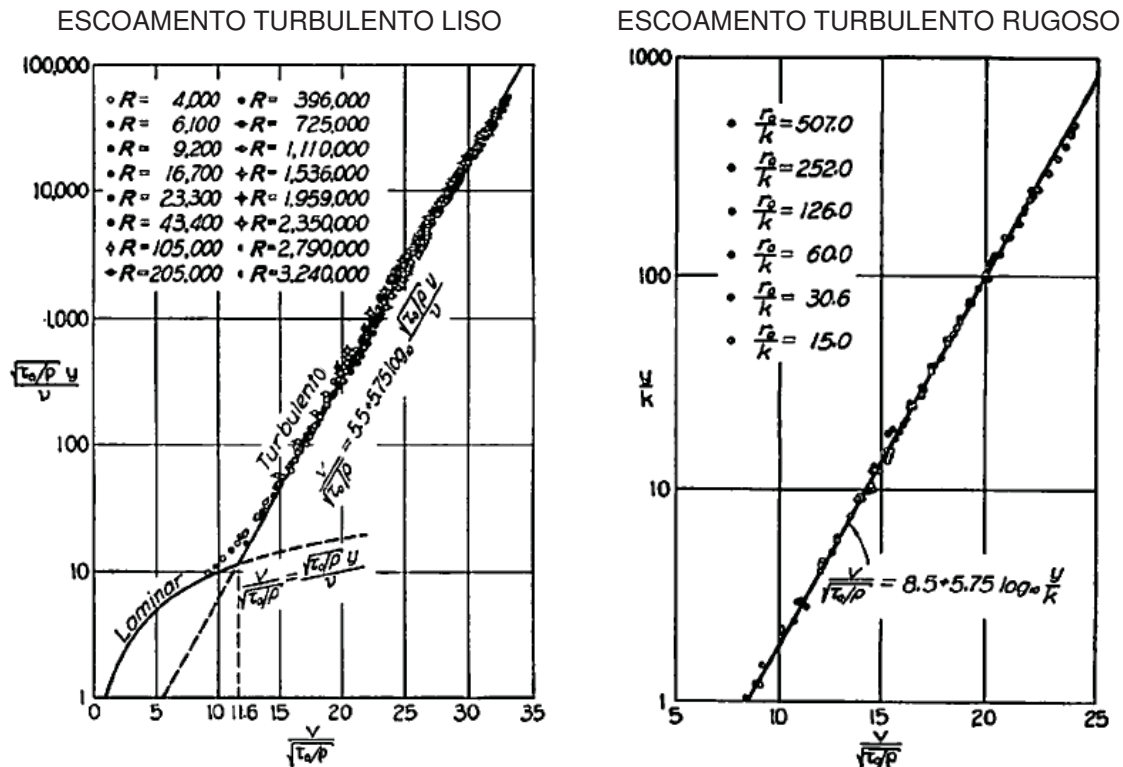
$\delta_{SL}$  – Espessura da subcamada laminar (m)

Segundo Rouse (1946), presume-se que no escoamento turbulento rugoso não há formação da subcamada viscosa. Os gráficos da FIGURA 2.10 comprovam a aderência das equações de perfis de velocidades apresentadas para escoamento

turbulento liso e turbulento rugoso, respectivamente. Estes testes foram realizados por Nikuradse, que mediu velocidades no eixo de tubulações.

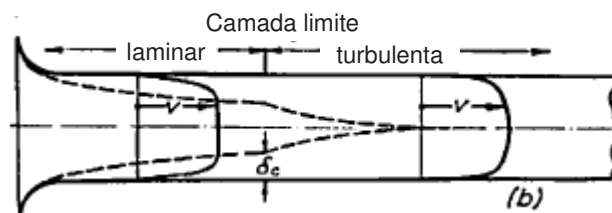
A FIGURA 2.11 ilustra o comprimento necessário para o desenvolvimento do perfil de velocidade para escoamento uniforme em regime turbulento, após entrada em um canal circular. Esta relação pode ser numericamente obtida a partir da Equação (2.17) (ROUSE, 1946).

FIGURA 2.10 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM AS EQUAÇÕES DE VELOCIDADE



FONTE: Rouse (1946)

FIGURA 2.11 – DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE TURBULENTE EM UMA TUBULAÇÃO



FONTE: Rouse (1946)



$$\frac{x}{D} \approx 50 \quad (2.17)$$

Onde:

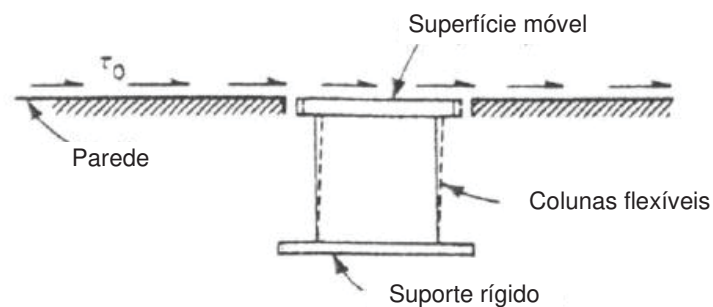
$D$  – Diâmetro do tubo (m)

## 2.2.2 Métodos diretos

### 2.2.2.1 Medidor de tensões tangenciais

O medidor de tensões tangenciais consiste em uma superfície plana móvel ligada a um suporte por colunas elásticas, conforme ilustrado na FIGURA 2.12. Após adequada calibração do equipamento, a deformação provocada pelo escoamento indica a tensão tangencial a que está sujeita a superfície móvel do medidor. Este equipamento possui a desvantagem de requerer manutenção e de perturbar as condições originais do fluxo (GRAF, 1984).

FIGURA 2.12 – MEDIDOR DE TENSÕES TANGENCIAIS



FONTE: Graf (1984)

### 2.2.2.2 Tubo de Preston

Preston (1954) propôs uma metodologia utilizando o tubo de Pitot para medição direta da tensão tangencial nos contornos do canal. A tensão tangencial em um canal de fundo liso é obtida a partir da pressão dinâmica registrada por um tubo de Pitot posicionado na parede do canal. Preston demonstrou que para um tubo de Pitot de diâmetro suficiente, os efeitos da subcamada viscosa tornam-se negligenciáveis, e a pressão total média sobre a face do tubo depende somente da

distribuição de velocidades na camada limite turbulenta (IPPEN e DRINKER, 1961). Esta distribuição de velocidades sobre uma superfície lisa pode ser expressa de acordo com a Equação (2.18).

$$\frac{u_y}{v_*} = f\left(\frac{y \cdot v_*}{\nu}\right) \quad (2.18)$$

Onde:

$u_y$  – Velocidade na distância  $y$  (m/s)

A Equação (2.18), combinada à Equação (2.9) (tubo de Pitot), fornece a relação entre as leituras no tubo de Preston e a tensão tangencial, conforme apresentado na Equação (2.19), proposta por Preston.

$$\frac{(p_t - p_0) \cdot y^2}{\rho \nu^2} = F\left(\frac{\tau_0 \cdot y^2}{\rho \nu^2}\right) \quad (2.19)$$

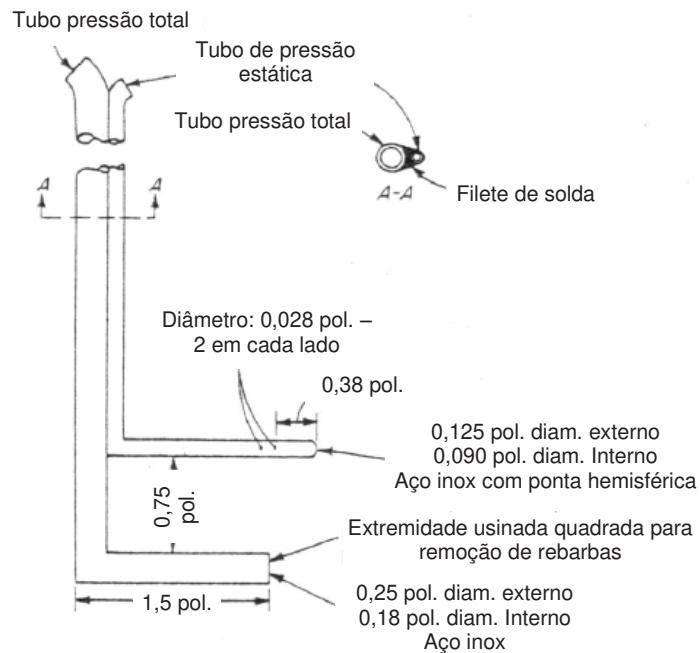
Onde:

$p_t$  – Pressão dinâmica (N/m<sup>2</sup>)

$p_0$  – Pressão estática (N/m<sup>2</sup>)

A Equação (2.19) é a base para utilização da técnica do tubo de Preston para mensuração da tensão tangencial e a função  $F$  pode ser determinada em testes de calibração em tubulações em escoamentos uniformes (PATEL, 1965). A FIGURA 2.13 ilustra esquematicamente um tubo de Preston.

FIGURA 2.13 – TUBO DE PRESTON



FONTE: Graf (1984)

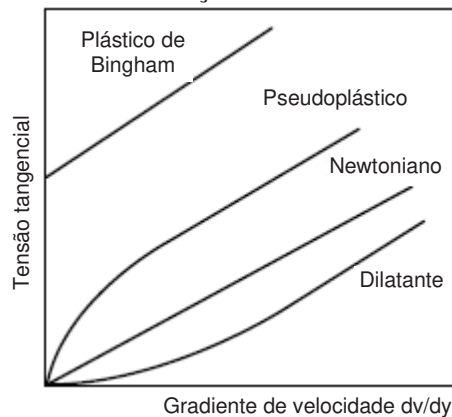
### 2.2.3 Métodos numéricos – Dinâmica dos fluidos computacional

Além dos métodos diretos e indiretos para obtenção da tensão tangencial no fundo de um canal de maneira experimental, é possível, a partir das formulações da mecânica dos fluidos, obter matematicamente os resultados esperados para um escoamento, como velocidades, níveis de água, entre outros parâmetros. Com frequência, os dados experimentais são utilizados para a validação dos cálculos numéricos, dando embasamento para a sua utilização. Os cálculos numéricos podem ser solucionados de maneira analítica ou computacional, sendo esta conhecida como CFD (*Computational Fluid Dynamics*).

#### 2.2.3.1 Equações governantes

É suficiente para os estudos programados para este trabalho que sejam utilizadas equações válidas para fluido newtoniano, homogêneo e incompressível. Entende-se como fluido newtoniano aquele que guarda relação de proporcionalidade direta entre a tensão tangencial  $\tau$  e o gradiente de velocidades  $dv/dy$ , para qualquer valor de  $dv/dy$ , conforme ilustrado na FIGURA 2.14.

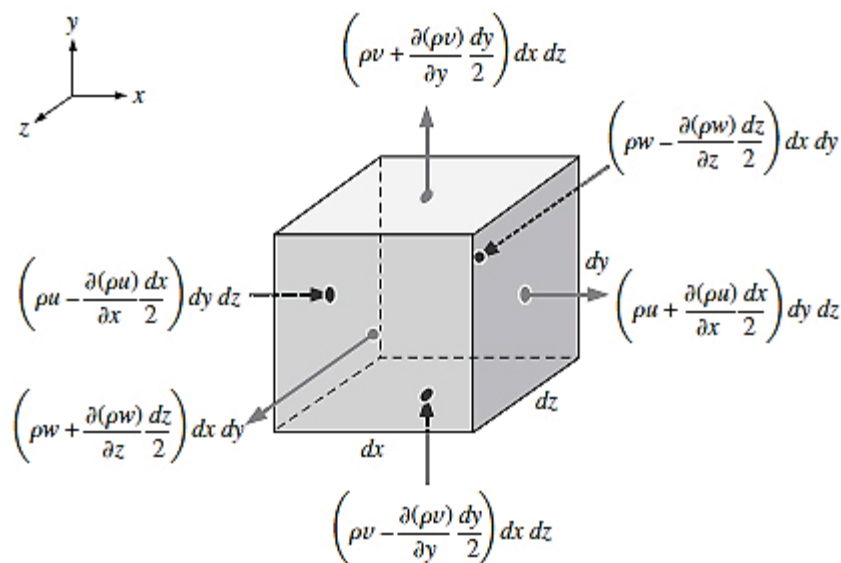
FIGURA 2.14 – VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DECORRENTE DA VISCOSIDADE E A DEFORMAÇÃO EM FLUIDOS



FONTE: Çengel e Cimbala (2006)

Como a variação de temperatura não é aspecto relevante para os casos estudados neste trabalho, a consideração da primeira lei de termodinâmica é desnecessária, tornando-se relevantes ao problema apenas as relações da Equação da Continuidade (Equação (2.20)) e das Equações de Navier Stokes (Equações (2.22), (2.23) e (2.24)). A Equação da Continuidade representa matematicamente o princípio da conservação da massa que entra e sai de um volume de controle (representado na FIGURA 2.15).

FIGURA 2.15 – FLUXO DE ENTRADA OU DE SAÍDA DE MASSA ATRAVÉS DA FACE DE UM VOLUME DE CONTROLE INFINITESIMAL



FONTE: Çengel e Cimbala (2006)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.20)$$

Considerando que o fluido seja incompressível e de densidade constante, pode-se simplificar a Equação da Continuidade para a forma da Equação (2.21).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.21)$$

Onde:

$u, v, w$  – Componente da velocidade do escoamento na direção  $x, y$  e  $z$   
(m/s)

As Equações de Navier Stokes derivam da aplicação do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento utilizando a segunda lei de Newton, resultando nas seguintes equações gerais:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (2.22)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (2.23)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2.24)$$

As Equações (2.25), (2.26) e (2.27) são casos particulares das Equações de Navier Stokes, considerando fluido incompressível, newtoniano e isotrópico. As tensões tangenciais aplicadas ao volume de controle infinitesimal correspondem às decorrentes dos efeitos viscosos, definidas conforme a Equação (2.1) (ÇENGEL e CIMBALA, 2006).

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.25)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.26)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.27)$$

Onde:

$t$  – Tempo (s)

$g_x, g_y, g_z$  – Aceleração da gravidade nas direções x, y e z (m/s<sup>2</sup>)

$P$  – Pressão local (N/m<sup>3</sup>)

Para o caso de escoamentos turbulentos, existe outra parcela de tensão tangencial a ser considerada, além da tensão causada pelos efeitos viscosos: a decorrente de flutuações turbulentas, também conhecidas como Tensões de Reynolds. A Equação (2.28) relaciona as tensões tangenciais existentes no escoamento turbulento.

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} - \rho \overline{v'u'} \quad (2.28)$$

Onde:

$\overline{u'}$  – Flutuação média de velocidade na direção x (m/s)

$\overline{v'}$  – Flutuação média de velocidade na direção y (m/s)

O Tensor de Reynolds relaciona as tensões decorrentes da flutuação turbulenta atuantes nas três dimensões do escoamento, conforme indica a Equação (2.29) (KUNDU e COHEN, 1990).

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{yx} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} & \tau'_{zy} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{u'w'} \\ -\rho \overline{v'u'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{v'w'} \\ -\rho \overline{w'u'} & -\rho \overline{w'v'} & -\rho \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Onde:

$\sigma'_i$  – Tensão normal turbulenta na direção i (N/m<sup>2</sup>)

$\tau'_{ij}$  – Tensão tangencial turbulenta no plano ij (N/m<sup>2</sup>)

Esta abordagem da solução de turbulência por seus termos médios é conhecida como RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). A combinação das

tensões de Reynolds com as Equações de Navier Stokes resulta nas Equações (2.30), (2.31) e (2.32) .

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right) \quad (2.32)$$

Onde:

- Média temporal da variável
- $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  — Velocidade média do escoamento na direção x, y e z (m/s)
- $g_x, g_y, g_z$  — Componente da aceleração da gravidade em x, y e z (m/s<sup>2</sup>)
- P — Pressão local (N/m<sup>3</sup>)
- $u', v', w'$  — Flutuação de velocidade do fluido na direção x, y e z (m/s)

As Equações RANS necessitam de formulações que permitam o fechamento da solução, para que sejam de aplicação possível a casos de engenharia. Estas equações são conhecidas como “Modelos de Turbulência” (KUNDU e COHEN, 1990).

### 2.2.3.2 Modelos de turbulência

Os escoamentos turbulentos, apesar de representarem quase a totalidade dos casos, não possuem definição precisa. Pode-se dizer que eles apresentam as seguintes características (DAVIDSON, 2017):

- Irregularidade – escoamentos turbulentos são aleatórios e caóticos. Possuem em seu curso vórtices de diversas escalas, sendo os maiores decorrentes da geometria e os menores decorrentes de forças viscosas;
- Difusividade – em fluxos turbulentos, a difusividade aumenta;
- Número de Reynolds alto – o fluxo turbulento ocorre com altos números de Reynolds. O número de Reynolds representa a razão entre forças inerciais e

forças viscosas e, para seções transversais tubulares, pode ser obtido conforme a Equação (2.33).

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu} \quad (2.33)$$

De acordo com Çengel e Cimbala (2006), a relação entre o número de Reynolds e o regime de escoamento segue a relação a seguir:

$Re \leq 2.300$	Escoamento laminar
$2.300 \leq Re \leq 4.000$	Regime de transição
$Re \geq 4.000$	Escoamento turbulento

- Tridimensionalidade – o escoamento turbulento é tridimensional, comportando simplificações para casos bidimensionais (como em casos de escoamentos em águas rasas);
- Dissipação – o escoamento turbulento é dissipativo, o que implica em dizer que a energia cinética nos pequenos vórtices é dissipada na forma de energia interna;
- Contínuo – o escoamento permanente é contínuo.

A seguir, serão apresentados os modelos de turbulência resolvidos pelo software CFD Telemac3D.

#### Comprimento de mistura de Prandtl

O modelo de turbulência proposto por Prandtl introduz o conceito de “comprimento de mistura” ( $l_m$ ), que representa a distância média percorrida por uma partícula antes de se depositar no fundo do canal. Esta formulação parte do princípio de que as tensões de Reynolds (responsáveis pela turbulência no escoamento) são provocadas pela transferência de quantidade de movimento de regiões onde sua ocorrência é maior para regiões de menor ocorrência. O comprimento de mistura, portanto, seria a distância média em que um elemento do fluido transfere quantidade de movimento (ENGER, 1961).

O modelo de turbulência baseado na teoria de Prandtl pode ser representado pela Equação (2.34).



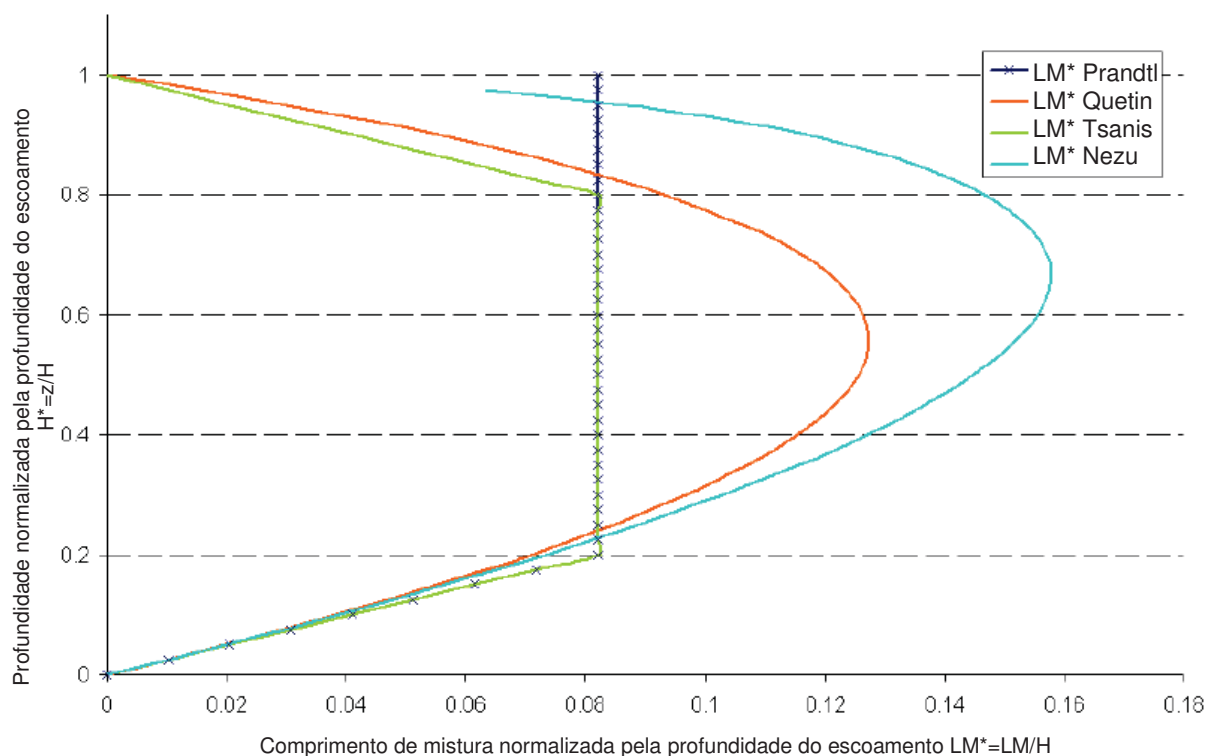
$$\tau_{turb} = \rho l_m^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.34)$$

Onde:

- $\tau_{turb}$  – Tensão tangencial decorrente da turbulência (N/m<sup>2</sup>)
- $l_m$  – Comprimento de mistura de Prandtl (m)

O valor de  $l_m$  é variável e sua determinação não é objetiva. Além de Prandtl, Nezu e Nakagawa, Quetin e Tسانis estabeleceram métodos para determinação do comprimento de mistura. A FIGURA 2.17 apresenta um gráfico comparativo entre o comprimento de mistura proposto pelos diferentes pesquisadores. Segundo EDF R&D (2016), a formulação de Prandtl é aplicável a planícies inundáveis. As de Quetin e Tسانis representam melhor o comportamento do vento.

FIGURA 2.16 – COMPARAÇÃO DE DIFERENTES FORMULAÇÕES DE COMPRIMENTO DE MISTURA



FONTE: EDF R&D (2016)

### Modelo k-ε

O modelo k-ε utiliza-se de duas equações diferenciais, sendo uma representativa da energia cinética turbulenta no escoamento e outra responsável por reproduzir a taxa de dissipação da energia ε (WILCOX, 2006).

Viscosidade cinemática turbulenta:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.35)$$

Energia cinética turbulenta:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.36)$$

Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.37)$$

Coefficientes de fechamento:

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92 \quad C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,0 \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (2.38)$$

Relações auxiliares:

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \quad l = \frac{C_\mu k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (2.39)$$

Este modelo de turbulência é também conhecido como modelo k-ε linear e não leva em consideração a anisotropia das tensões de Reynolds, não sendo possível reproduzir o comportamento das correntes secundárias (BOGAARD, 2012).

### Smagorinski

O modelo de turbulência de Smagorinski é o mais simples dos modelos de turbulência. Sua formulação depende de um coeficiente  $C_s$ , cujo valor situa-se entre 0,1 e 0,2. Este coeficiente é incapaz de representar fielmente o comportamento de todos os escoamentos turbulentos, porém poderia ter sua representatividade aprimorada caso fosse uma função de espaço e tempo (RÖSLER, 2015). A Equação (2.42) é a principal equação do modelo de turbulência de Smagorinski.

$$\tau'_{ij} = 2\nu_T S_{ij} \quad (2.40)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.41)$$

$$\nu_T = (C_s \Delta)^2 (2\overline{S_{ij}S_{ij}})^{1/2} \geq 0 \quad (2.42)$$

Onde:

$\nu_T$  – Viscosidade turbulenta de Smagorinski (m<sup>2</sup>/s)

$S_{ij}$  – Taxa de deformação

$C_s$  – Coeficiente adimensional

$\Delta$  – Tamanho da malha (m)

$S_{lk}$  – Tensor de taxa de deformação do escoamento médio

#### 2.2.3.3 Modelo Hidráulico Computacional – Telemac3D

Utilizando-se da base teórica da dinâmica dos fluidos computacional, vários programas foram desenvolvidos para a resolução das equações governantes de modo a possibilitar a simulação do comportamento hidráulico em ambiente virtual. Aplicáveis aos escoamentos com superfície livre de características bidimensionais e tridimensionais em canais, pode-se citar os seguintes exemplos de modelos computacionais: River2D, Mike21, Iber, Delft3D, Flow3D, open TELEMAC-MASCARET (2D e 3D), entre outros.

O modelo de simulação hidráulica open TELEMAC-MASCARET é capaz de simular escoamentos de características unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Este programa possui código aberto, elaborado na linguagem de programação Fortran 90 e está em constante desenvolvimento desde 1987 pelo LNHE (*Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement*) do Departamento de Pesquisa e Desenvolvimento (R&D) da empresa francesa Electricité de France (EDF). O software pode ser utilizado em computadores pessoais com sistema operacional Linux ou Windows (EDF R&D, 2016).

O Telemac3D utiliza a combinação da decomposição proposta por Reynolds com as Equações de Navier Stokes (RANS) com e sem a consideração de pressão

hidrostática, reproduzindo o comportamento de escoamentos em superfície livre em regime subcrítico e supercrítico. O programa resolve as equações dos modelos de turbulência apresentados no item 2.2.3.2.

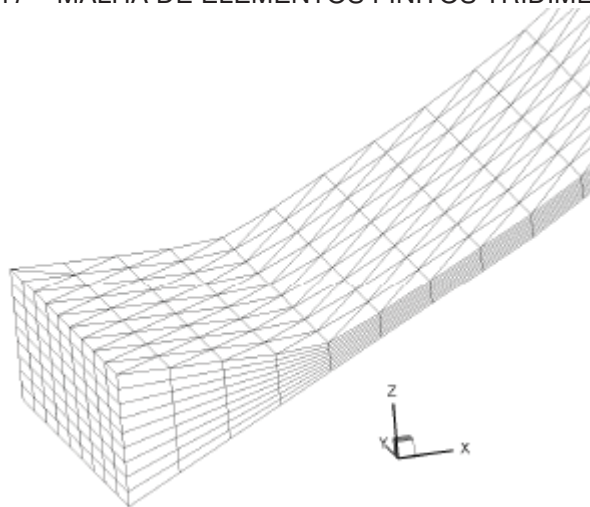
As funcionalidades deste programa podem ser aplicadas para escoamentos à superfície livre, como rios e mares, e consideram os seguintes processos (EDF R&D, 2016)

- Influência da temperatura e/ou salinidade na densidade do fluido;
- Rugosidade do canal;
- Influência das forças de Coriolis;
- Influência de elementos climáticos: pressão atmosférica, precipitação ou evaporação e vento;
- Consideração das trocas de calor com a atmosfera;
- Fontes ou sumidouros de quantidade de movimento no domínio estudado;
- Modelos de turbulência simples ou complexos ( $k-\epsilon$ ), levando em consideração os efeitos da força de Arquimedes;
- Reprodução de planícies de inundação;
- Modelagem de derramamento de óleo.

#### Malha de elementos finitos

O Telemac3D constrói uma malha de elementos finitos tridimensional a partir da malha bidimensional gerada pelo usuário. Para isto, requer uma definição da quantidade de camadas em que se deseja dividir a simulação no sentido do eixo z (elevação). A FIGURA 2.17 exemplifica uma malha tridimensional composta de prismas, gerada automaticamente pelo programa. Para diferentes profundidades do modelo (eixo z), a discretização se dá no mesmo número de camadas.

FIGURA 2.17 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONAL



FONTE: EDF R&amp;D (2016)

### Cálculo da velocidade de corte

A formulação de que se vale o Telemac3D para calcular a velocidade de corte varia de acordo com o tipo de escoamento (turbulento liso ou rugoso) e com o parâmetro de rugosidade fornecido ao programa (EDF R&D, 2016), conforme apresentado abaixo.

- a) Escoamento turbulento liso – o programa calcula a velocidade de corte a partir do perfil de velocidades da Lei de Reichard.
- b) Escoamento turbulentos rugosos:
  - Rugosidades definidas em Chèzy, Strickler, Manning ou nenhuma rugosidade – de acordo com a Equação (2.3) e Equação (2.8).
  - Altura de rugosidade de Nikuradse - a velocidade de corte é calculada a partir da distribuição logarítmica de velocidades (Equação (2.13)) e da dimensão da rugosidade  $k_s$ . A velocidade utilizada para o cálculo da velocidade de corte é a da segunda camada mais próxima ao fundo, pois a primeira é representativa do fundo do canal.

### Variáveis calculadas aplicáveis ao caso em estudo

O Telemac3D possibilita o cálculo de diversas variáveis para o escoamento. Como os parâmetros suficientes para este estudo são nível de água, velocidade do

fluxo e velocidade de corte, as simulações serão limitadas a estes resultados. Os resultados de velocidade do fluxo são tridimensionalmente calculados, havendo um resultado para cada camada em que se especificou a discretização no eixo z (profundidade). Já os resultados de nível de água e velocidade de corte (fundo do canal), embora sejam calculados a partir das condições tridimensionais do escoamento, possuem somente um valor no plano xy, não se alterando ao longo da profundidade do fluxo. Por este motivo, estes resultados são fornecidos bidimensionalmente.

## 2.3 ESTUDOS REALIZADOS SOBRE A DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS NO FUNDO DE CANAIS

Neste item estão apresentados, em ordem cronológica, alguns estudos sobre a distribuição de tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado em canais, com a finalidade de expor a evolução das metodologias utilizadas nos trabalhos e conclusões obtidas.

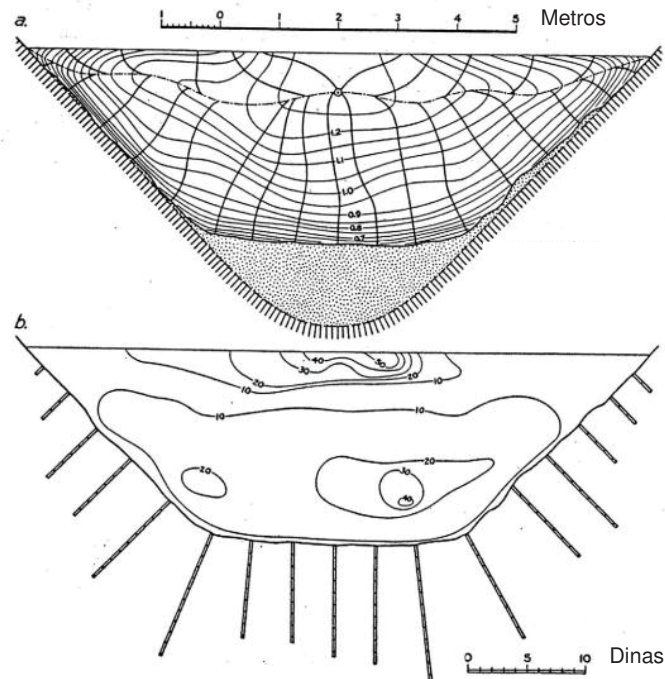
### 2.3.1 Leighly<sup>7</sup> (1932 citado por GRAF, 1984)

Estudioso da geomorfologia fluvial, Leighly foi o precursor da metodologia indireta que utiliza isolinhas e ortogonais para obtenção da distribuição de tensões tangenciais no perímetro molhado. As isolinhas de velocidade e suas ortogonais, elaboradas por Leighly, são apresentadas na FIGURA 2.18. O pesquisador buscava, em seu trabalho, a relação entre a tensão tangencial no fundo do canal e as mudanças nos meandros de rios, provocadas pelo transporte de sedimentos (BUFFIN-BÉLANGER, 2010). Os estudos de Leighly não foram conclusivos, devido à falta de dados (CHOW, 1959).

---

<sup>7</sup> LEIGHLY, J. B. **Toward a Theory of the Morphologic Significance of Turbulence in the Flow of Water in Streams**. University of California, 1932.

FIGURA 2.18 – ISOLINHAS DE VELOCIDADE E SUAS ORTOGONAIS, ELABORADAS POR LEIGHLY



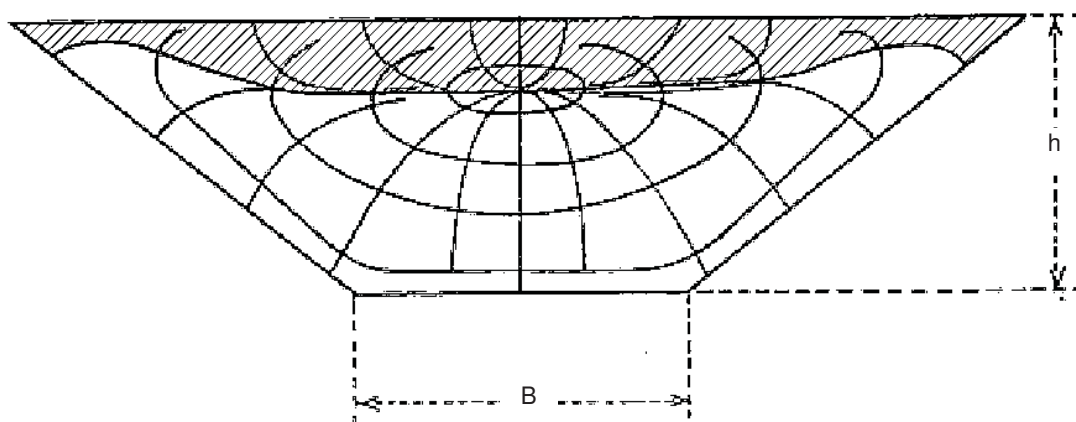
FONTE: Buffin-Bélanger (2010)

### 2.3.2 Lane (1952)

Buscando desenvolver uma metodologia para dimensionamento de canais estáveis em material erodível, Lane (1952) introduziu o conceito de tensão tangencial à análise, como alternativa ao conceito da velocidade do fluxo. Sua justificativa é a de que a tensão tangencial é capaz de provar por que canais com menores áreas de seção transversal são suscetíveis a erosão a velocidades mais baixas, relativamente a canais de maior área. O trabalho de Lane (1952) utilizou duas metodologias indiretas: o Método das Isolinhas e Ortogonais e Lei de Parede.

Ao seguir a metodologia baseada nas isolinhas de velocidades e suas ortogonais, Lane (1952) constatou que há uma parcela do peso de água que deixa de ser considerada no cálculo da tensão. Esta parcela corresponde à área sobre o ponto de máxima velocidade, indicando a tensão tangencial entre a superfície e o ar (área hachurada apresentada na FIGURA 2.19). No entanto, entendendo que a tensão tangencial entre a superfície e o ar seria muito baixa, o autor majorou a tensão tangencial aplicada sobre o fundo do canal, correspondendo à distribuição da parcela de área antes desconsiderada.

FIGURA 2.19 – PARCELA DESCONSIDERADA NO CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL PELO MÉTODO INDIRETO PROPOSTO POR LEIGHLY (ÁREA HACHURADA)



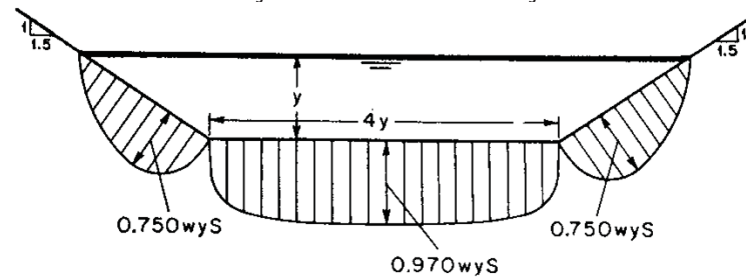
FONTE: Adaptado de Lane (1952)

O estudo da distribuição da tensão tangencial a partir do método de isolinhas de velocidade e suas ortogonais, apesar da importante constatação de que parte do peso de água estaria sendo desconsiderado ao utilizar a metodologia, não pôde ser concluído, pois os dados de velocidades disponíveis eram insuficientes para uma conclusão precisa. Houve uma tentativa de dar continuidade à pesquisa utilizando como princípio a distribuição logarítmica de velocidades de Von Karman (Lei de Parede). Contudo, não foi possível aplicá-la, pois a solução matemática, de acordo com os recursos disponíveis, somente poderia ser atingida com uma distribuição de velocidades variável somente em função da profundidade do escoamento. Esta limitação foi contornada adotando-se o método de analogia de membrana (LANE, 1952). Este método, em termos gerais, consiste em distribuir a tensão tangencial média na mesma proporção da observada em uma membrana sob tensão unilateral (semelhantemente à uma bolha de sabão) (HEINRICH, 1996).

Os canais trapezoidais utilizados neste estudo possuíam seções transversais com declividade 1,5:1 e 2:1 (Horizontal:Vertical) e relações  $B/h$  (largura do fundo / profundidade) de 2, 4 e 8. A FIGURA 2.20 ilustra o canal de declividade 1,5:1 e relação  $B/h$  igual a 4. A FIGURA 2.21 apresenta os resultados obtidos neste estudo, indicando que, para canais de seção transversal retangular e trapezoidal, a tensão tangencial nas laterais é inferior à do fundo. Este estudo é amplamente conhecido e seus resultados são utilizados para dimensionamento de canais estáveis escavados em material erodível até a atualidade.

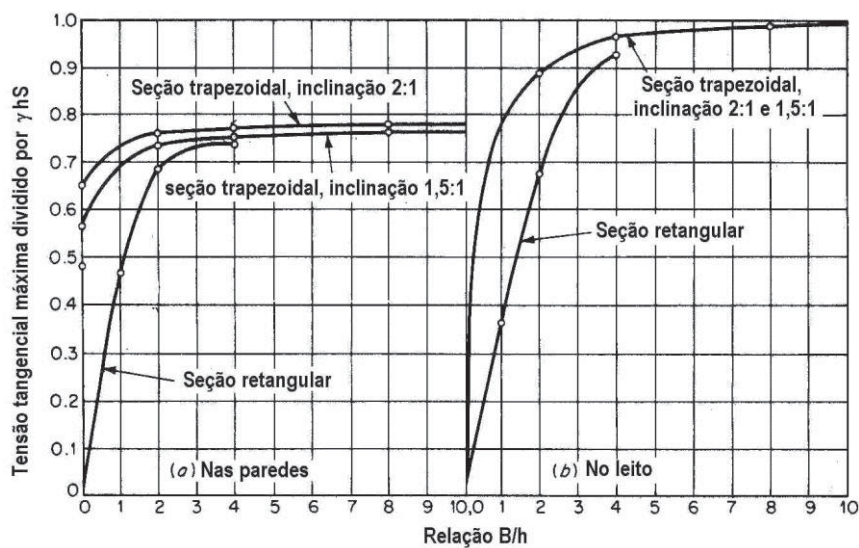


FIGURA 2.20 – DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL TRAPEZOIDAL COM RELAÇÃO  $B/h=4$  E INCLINAÇÃO DO TALUDE DE 1,5:1



FONTE: Chow (1959)

FIGURA 2.21 – MÁXIMA TENSÃO TANGENCIAL PARA SEÇÕES TRAPEZOIDAIS E RETANGULARES

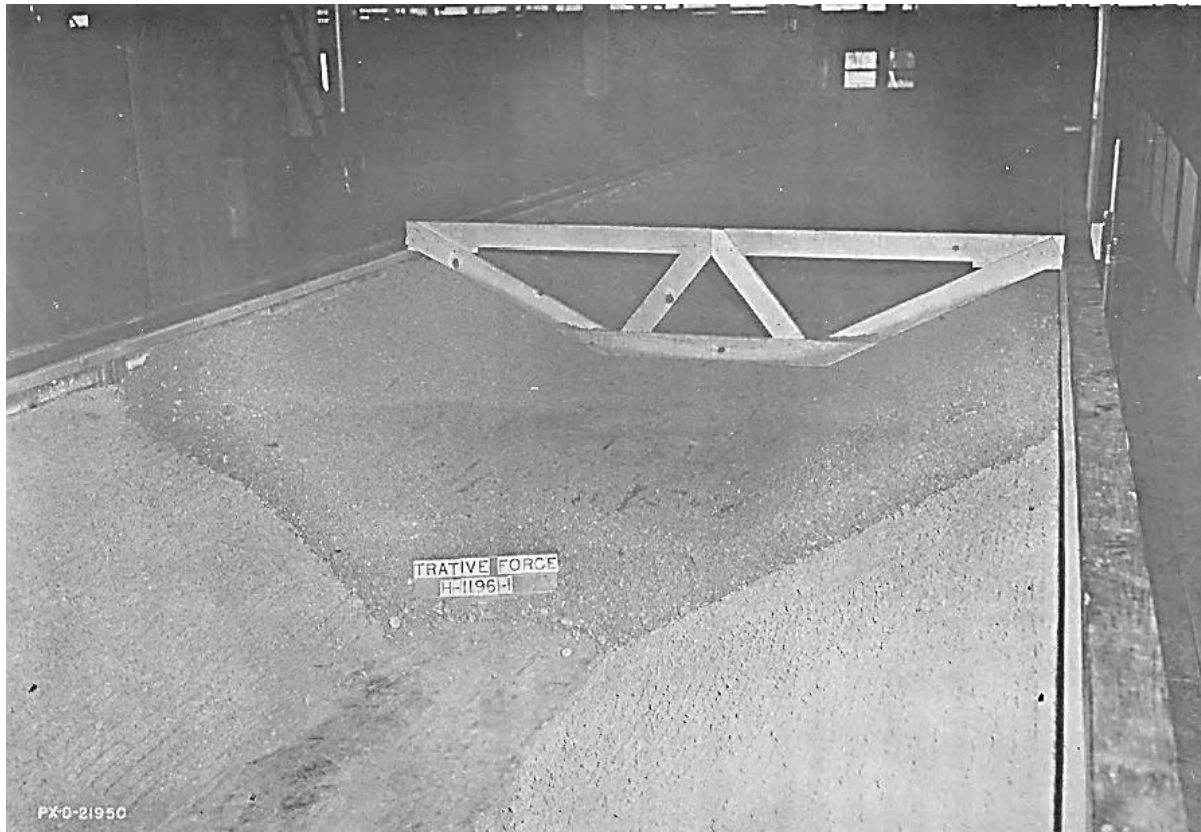


FONTE: Adaptado de Lane (1952)

### 2.3.3 Enger (1961)

Enger (1961), a partir de testes em um canal de seção trapezoidal de fundo móvel (FIGURA 2.22), tinha por objetivo validar a equação de distribuição de velocidades formulada por von Karman para a determinação de distribuição de tensões tangenciais (método indireto).

FIGURA 2.22 – FOTO DA CONFIGURAÇÃO DO CANAL DE SEÇÃO TRAPEZOIDAL REVESTIDO DE MATERIAL ERODÍVEL UTILIZADO NOS TESTES



FONTE: Enger (1961)

Partindo da Equação da Lei de parede (Equação (2.12)), Einstein<sup>8</sup> (1950, citado por ENGER, 1961) propôs a formulação representada na Equação (2.43), válida para canais lisos e rugosos (ENGER, 1961).

$$\frac{u}{u_*} = 5,75 \log \left( \frac{30,2y}{\Delta} \right) \quad (2.43)$$

$$x = f \left( \frac{k_s}{\delta} \right) \quad (2.44)$$

$$\Delta = \frac{k_s}{x} \quad (2.45)$$

Onde:

$x$  – Fator de correção

$\delta$  – Constante experimental (m)

<sup>8</sup> EINSTEIN, H. A. **The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows.** Boletim técnico nº 1026. Departamento da Agricultura dos Estados Unidos, 1950.

A fim de obter a tensão tangencial a partir de dois pontos de medição de velocidade (pontos 1 e 2, onde  $y_2 > y_1$ ), a Equação (2.43), simplificada na forma da Equação (2.46), pode ser representada para os pontos 1 e 2, conforme Equação (2.47) e (2.48), respectivamente.

$$\frac{u}{u_*} = C \cdot \log \left( \frac{C_1 y}{\Delta} \right) \quad (2.46)$$

$$\therefore \frac{u_1}{u_*} = C \cdot \log \left( \frac{C_1 y_1}{\Delta_1} \right) \quad (2.47)$$

$$\therefore \frac{u_2}{u_*} = C \cdot \log \left( \frac{C_2 y_2}{\Delta_2} \right) \quad (2.48)$$

Sendo  $\Delta_1 = \Delta_2$  e subtraindo-se a velocidade no ponto 1 da velocidade no ponto 2, tem-se que:

$$u_2 - u_1 = u_* C \left( \log \frac{C_2 y_2}{\Delta} - \log \frac{C_1 y_1}{\Delta} \right) \quad (2.49)$$

O termo entre parênteses pode ser reescrito como:

$$\log C_2 + \log y_2 - \log \Delta - (\log C_1 + \log y_1 - \log \Delta) = \log y_2 - \log y_1 = \log \frac{y_2}{y_1} \quad (2.50)$$

Substituindo a relação da Equação (2.50) na Equação (2.49), tem-se que:

$$u_2 - u_1 = u_* C \log \frac{y_2}{y_1} \quad (2.51)$$

A Equação (2.52) representa a formulação final para obtenção da tensão tangencial a partir de dois pontos de medição de velocidade.

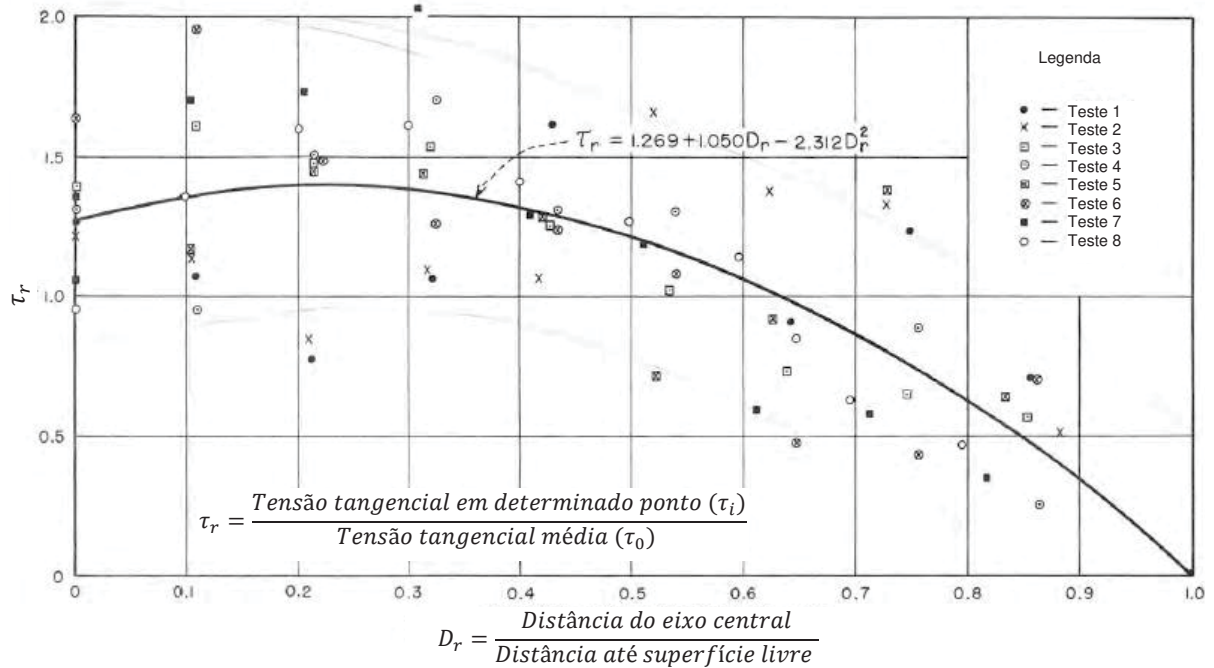
$$\tau_i = C_2 (u_2 - u_1)^2 \quad (2.52)$$

$$C_2 = \frac{\rho}{\left( 5,75 \log \frac{y_2}{y_1} \right)^2} \quad (2.53)$$

A FIGURA 2.23 apresenta graficamente os resultados de distribuição das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado para os oito testes, realizados com vazões crescentes. As tensões tangenciais obtidas a partir da medição de pontos

de velocidade e aplicação da Equação (2.52) resultaram cerca de 40% superiores à tensão tangencial média (Equação (2.5)) (ENGER, 1961).

FIGURA 2.23 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCAL E TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA ( $\tau_i/\tau_0$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO MOLHADO



FONTE: Enger (1961)

Uma importante análise apresentada neste estudo diz respeito aos valores médios de tensões tangenciais obtidas das medições de velocidade (calculado conforme Equação (2.54)) comparativamente ao convencional valor de tensão tangencial média, calculado a partir da Equação (2.5).

$$\bar{\tau}_l = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \Delta L_i}{L} \quad (2.54)$$

Onde:

$\bar{\tau}_l$  — Tensão tangencial média obtida a partir de medições no canal (N/m<sup>2</sup>)

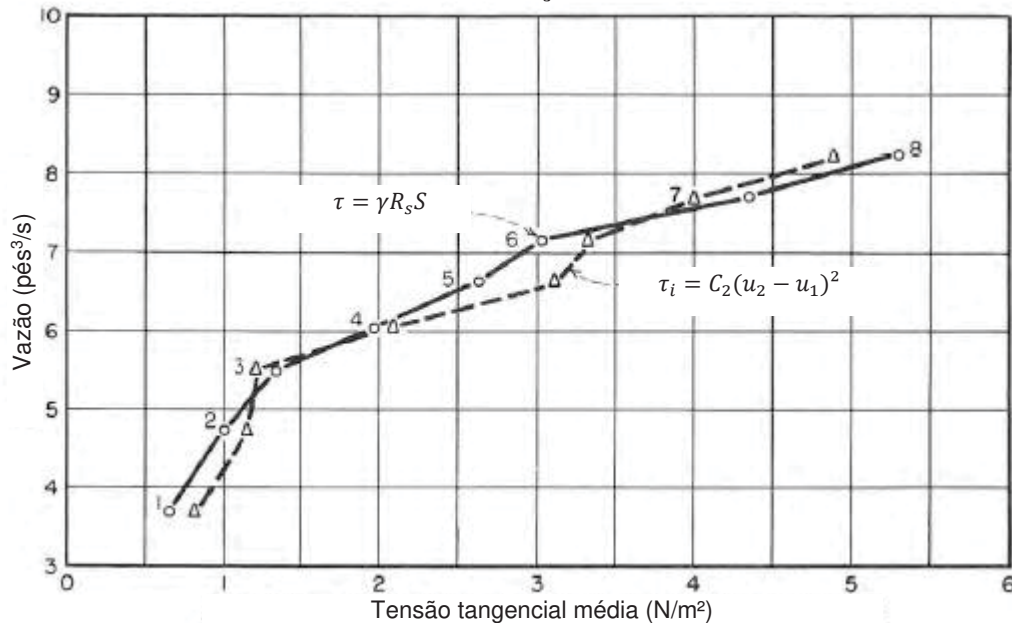
$\tau_i$  — Tensão tangencial média aplicada no trecho  $\Delta L_i$  (N/m<sup>2</sup>)

$\Delta L_i$  — Trecho do perímetro molhado (m)

A FIGURA 2.24 ilustra esta análise, indicando variações nos valores de tensão tangencial média obtida a partir das medições de velocidades, em relação ao valor

obtido a partir da Equação Geral da Resistência. Segundo Enger (1961), estas variações podem ser justificadas pela sensibilidade do valor da tensão tangencial ao gradiente de velocidades: a tensão tangencial varia em relação ao quadrado da diferença entre as velocidades medidas em duas alturas diferentes (Equação (2.52)).

FIGURA 2.24 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA CONVENCIONAL E DA OBTIDA A PARTIR DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE

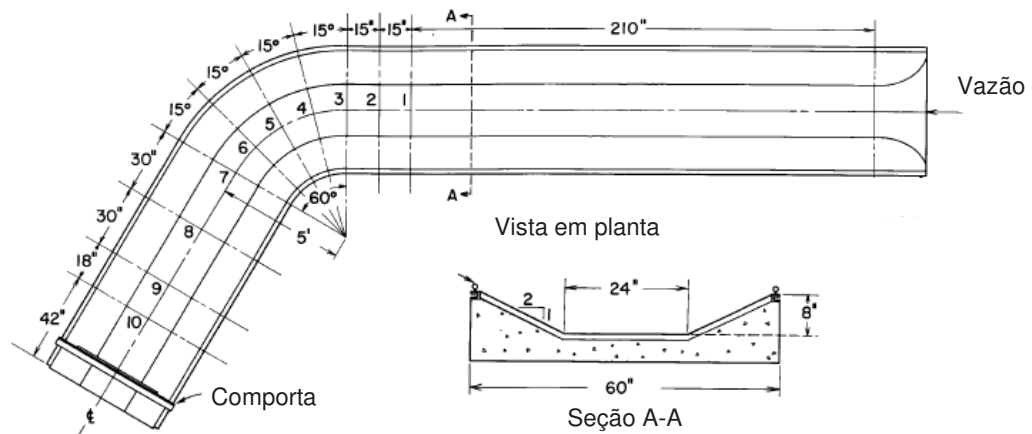


FONTE: Enger (1961)

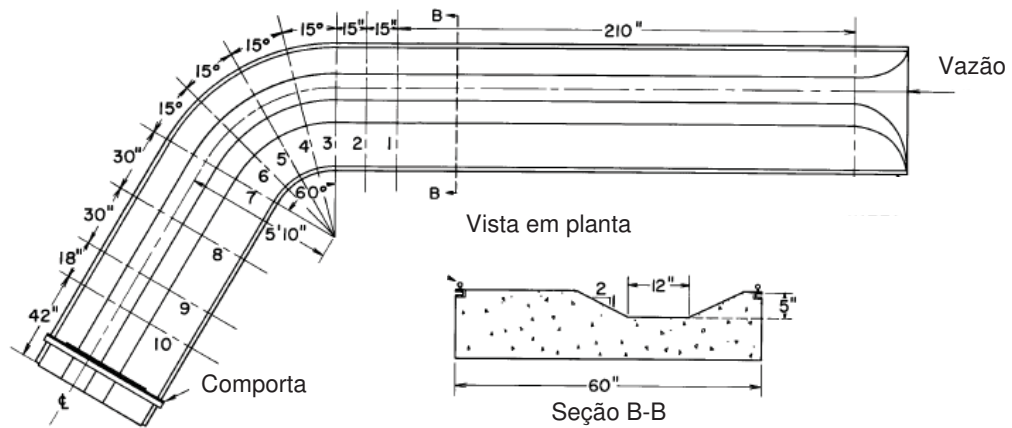
#### 2.3.4 Ippen e Drinker (1962)

A motivação dos estudos de Ippen e Drinker (1962) era desenvolver métodos para conter o meandramento de rios, que causa prejuízos devido à perda de terras afetas à agricultura e à necessidade de promover dragagens. Embora o transporte de sedimentos seja um aspecto importante ao se estudar esta temática, os autores optaram por isolar os efeitos do escoamento, procurando entender o comportamento da tensão tangencial em um rio com meandros. A FIGURA 2.25 ilustra a geometria dos canais de testes referentes ao trabalho em questão. As informações de tensões tangenciais nos canais foram obtidas com a utilização de tubos de Preston.

FIGURA 2.25 – GEOMETRIA DOS CANAIS TRAPEZOIDAIS UTILIZADOS PARA TESTES POR IPPEN E DRINKER (1962)



(a)



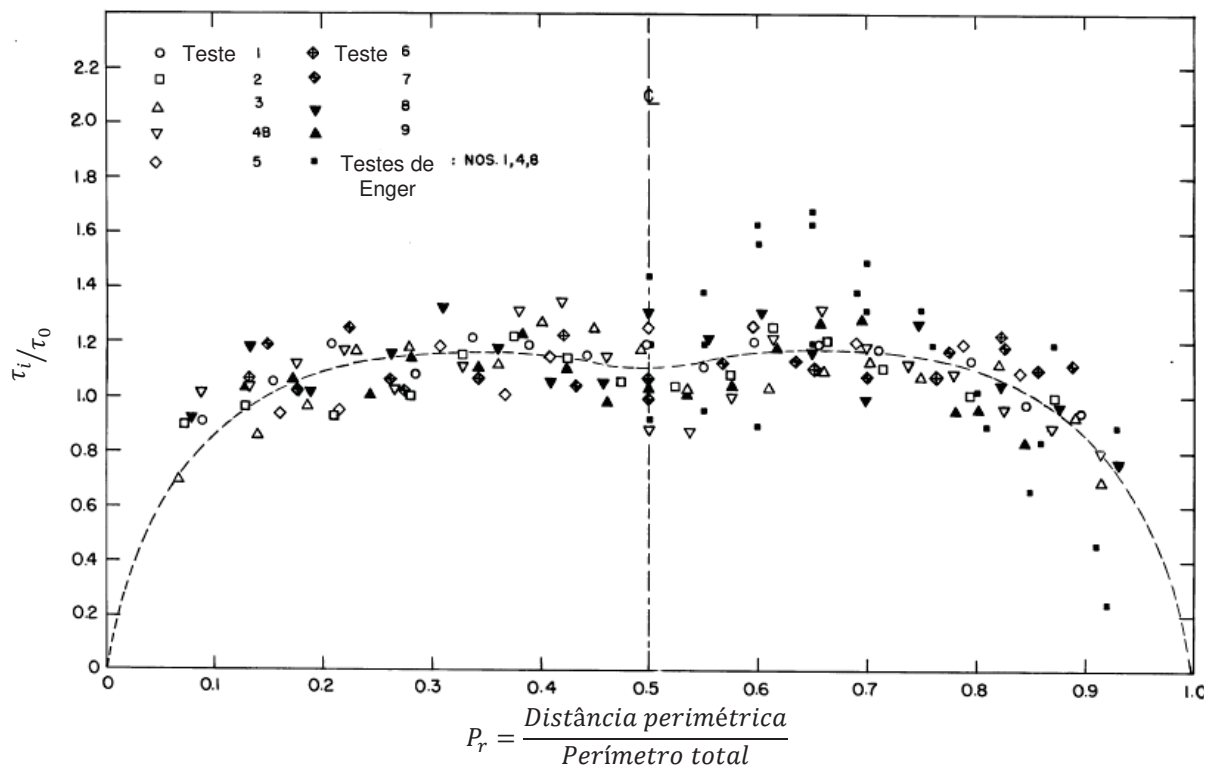
(b)

FONTE: Ippen e Drinker (1962)

Ippen e Drinker (1962) compararam dados de relação entre tensão tangencial localizada e média ( $\tau_i/\tau_0$ ) dos testes do próprio estudo em uma seção no trecho reto do canal e do trabalho elaborado por Enger (1961), conforme apresentado na FIGURA 2.26.



FIGURA 2.26 – COMPARAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS EM CANAIS TRAPEZOIDAIS DOS TESTES DE ENGER (1961) E IPPEN E DRINKER (1962) – VISTA PARA JUSANTE



FONTE: Ippen e Drinker (1962)

A partir dos dados do estudo, os autores concluíram que não seria possível criar uma correlação teórica ou a partir de perfis de velocidades para prever a magnitude das tensões tangenciais na curva, mas que a localização da tensão tangencial máxima está associada à região de maior velocidade. Portanto, as maiores tensões tangenciais foram observadas na face interna da curva e na face oposta, após o final da curva. Também se concluiu que o valor da tensão tangencial máxima tende a ser maior para canais com curvaturas mais acentuadas e sua ocorrência se dá em uma posição mais a montante.

Alguns dos testes realizados por Ippen e Drinker (1962) contemplaram aumento na rugosidade do canal. Em tais testes, a tensão tangencial no trecho reto a jusante da curva foi significativamente mais alta. Na região da curva, no entanto, não foi observada mudança significativa.

### 2.3.5 Lundgren e Jonsson<sup>9</sup> (1964 citado por GRAF, 1984)

Os autores estudaram a distribuição da tensão tangencial no contorno de canais rasos de fundo plano com seção transversal parabólica. Uma nova metodologia foi apresentada neste estudo, tida com uma extensão da teoria de turbulência de comprimento de mistura de Prandtl, levando em consideração a transferência de quantidade de movimento entre seções perpendiculares ao fundo do canal (GRAF, 1984). A crítica dos autores quanto ao tradicional método de análise das isolinhas de velocidade para determinação da distribuição de tensões tangenciais no perímetro molhado é o fato de a transferência das forças resistentes entre seções no sentido do fluxo ser negligenciada. Assumindo uma distribuição logarítmica de velocidades, para um canal de fundo plano e declividades nas paredes de 30°, as tensões tangenciais pelo método proposto no estudo resultaram 40% superiores quando comparado ao método indireto convencional (UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE, 1965).

### 2.3.6 Replogle e Chow (1966)

Os autores estudaram a distribuição de tensões tangenciais em seção circular, realizando medições de velocidades com tubos de Pitot instalados em uma tubulação de cobre liso de menor diâmetro e em uma tubulação de aço rugoso de maior diâmetro. Para a obtenção da tensão tangencial a partir das velocidades medidas, foram utilizados dois métodos: o da Lei de parede e a Técnica do Tubo de Preston. Este estudo abrangeu simulações numéricas computacionais.

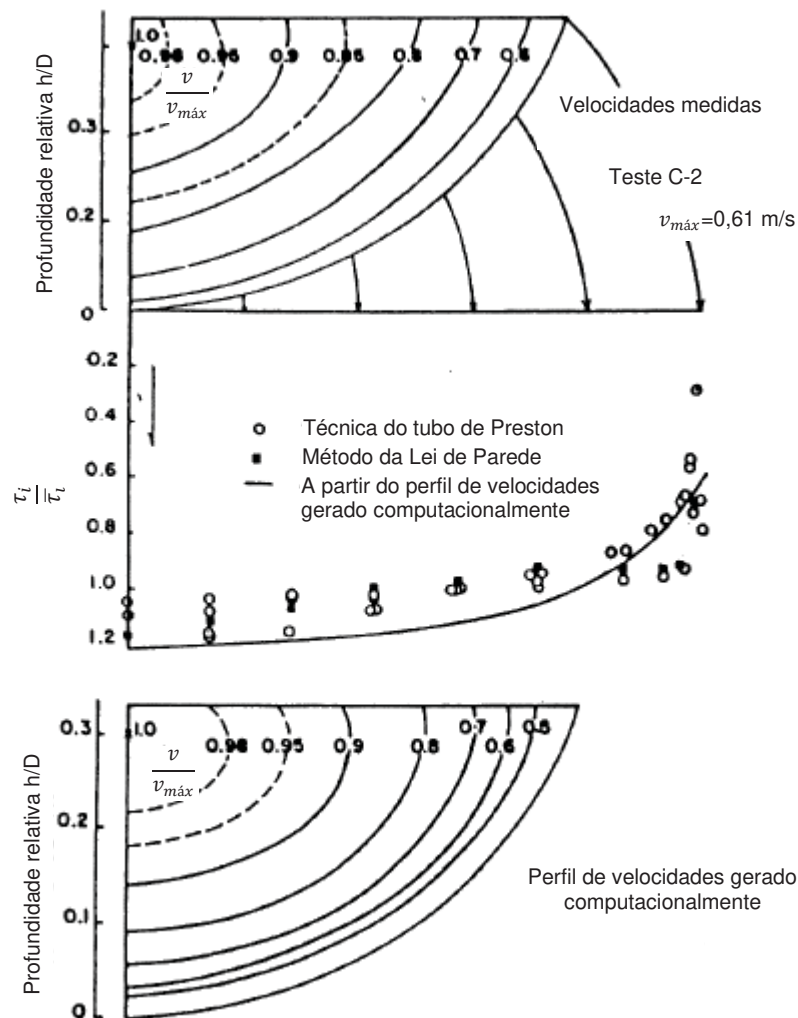
Os testes foram realizados para as relações de  $h/D$  (altura da lâmina de água/diâmetro total do tubo) de 1/3, 1/2 e 2/3. A FIGURA 2.27 ilustra o perfil de velocidades obtido no tubo de cobre com relação  $h/D = 1/3$  e, logo abaixo, apresenta a relação entre a tensão tangencial localizada e a tensão tangencial média ( $\tau_i/\bar{\tau}_l$ ).

---

<sup>9</sup> LUNDGREN, H., JONSSON, J. **Shear and Velocity Distribution in Shallow Channels**. Journal of the Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers Vol. 91, 1964.



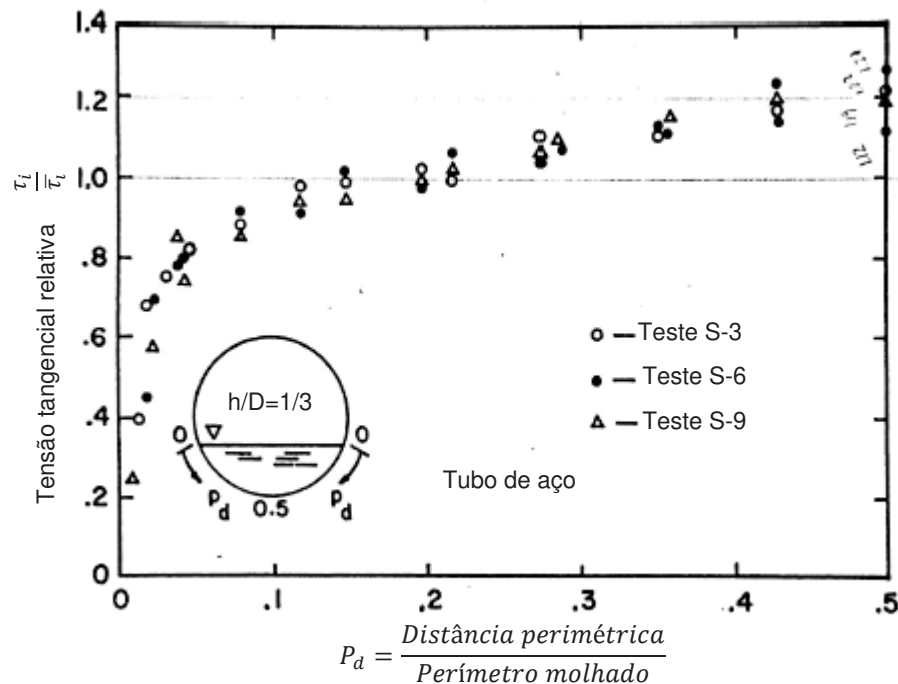
FIGURA 2.27 – VELOCIDADES MEDIDAS E DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UM TUBO DE COBRE, COM  $h/D = 1/3$



FONTE: Replogle e Chow (1966)

Observa-se a partir do gráfico de distribuição de tensões tangenciais que, na região do eixo do tubo, a relação  $\tau_i/\tau_l$  é de cerca de 1,20, ou seja, a tensão tangencial nas proximidades do eixo do tubo é cerca de 20% superior ao valor médio. Este efeito também foi observado para  $h/D = 1/2$  e  $2/3$ , em menor magnitude, resultando em relações de  $\tau_i/\tau_l$  de cerca de 1,10 e 1,05, respectivamente. A FIGURA 2.28 apresenta a distribuição das tensões tangenciais no perímetro molhado da tubulação de aço, com relação  $h/D = 1/3$ , na qual pode ser identificado o mesmo efeito de  $\tau_i/\tau_l$  em torno de 1,20 na região central do tubo. Para os testes com  $h/D = 1/2$  e  $2/3$ , os resultados também foram próximos aos obtidos nos ensaios no tubo de cobre.

FIGURA 2.28 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UM TUBO DE AÇO, COM  $h/D = 1/3$



FONTE: Replogle e Chow (1966)

Para fins de comparação, as tensões tangenciais localizadas foram integradas ao longo do contorno do canal e comparadas ao valor médio (calculado a partir da Equação (2.5)). As divergências entre estes dois valores variaram entre 0,5% a 37%, resultando em uma média de 17%. A justificativa dada pelos autores para esta discrepância relativamente alta é a irregularidade na superfície livre do escoamento provocada pelo tubo de Pitot. Para os autores, a divergência numérica destes valores não invalida o estudo, pois os resultados adimensionais de  $\tau_i / \tau_l$  apresentados nos gráficos foram a partir da integração das tensões tangenciais localizadas.

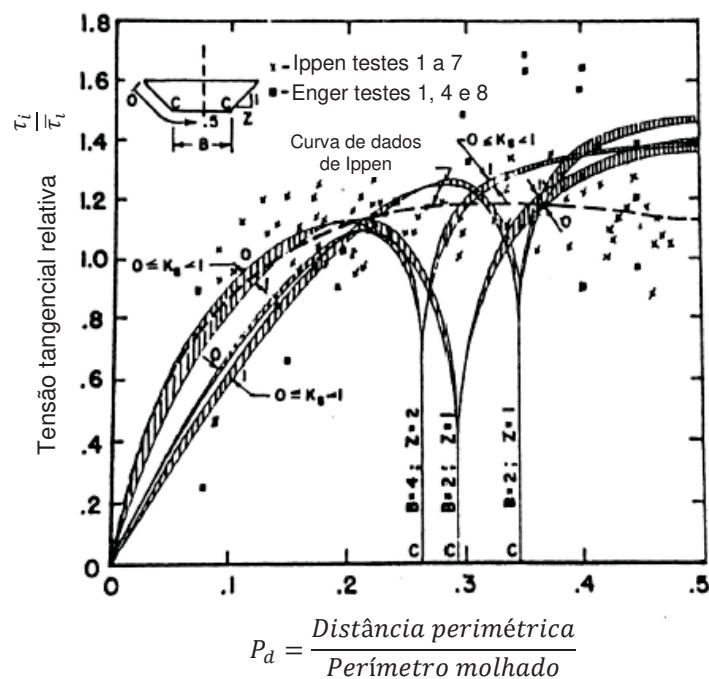
Comparando os resultados obtidos a partir da Lei de parede e da técnica do Tubo de Preston, conclui-se que a diferença não é significativa, ao analisar os resultados plotados adimensionalmente, na forma de  $\tau_i / \tau_l$ . Segundo os autores, a técnica do tubo de Preston se mostrou muito mais rápida do que a da Lei de parede, produzindo também dados mais consistentes.

O modelo numérico computacional utilizado neste estudo resolve as equações de Navier-Stokes, reduzidas à forma de equações de Poisson, ou seja, simplificadas para as condições de fluxo laminar, uniforme e permanente. A resolução destas equações pelo modelo utilizado valeu-se do método das diferenças finitas. Os

resultados de tensão tangencial no fundo do canal foram obtidos a partir do gradiente de velocidades normal ao contorno do canal, obtido a partir da matriz de velocidades gerada pelo programa.

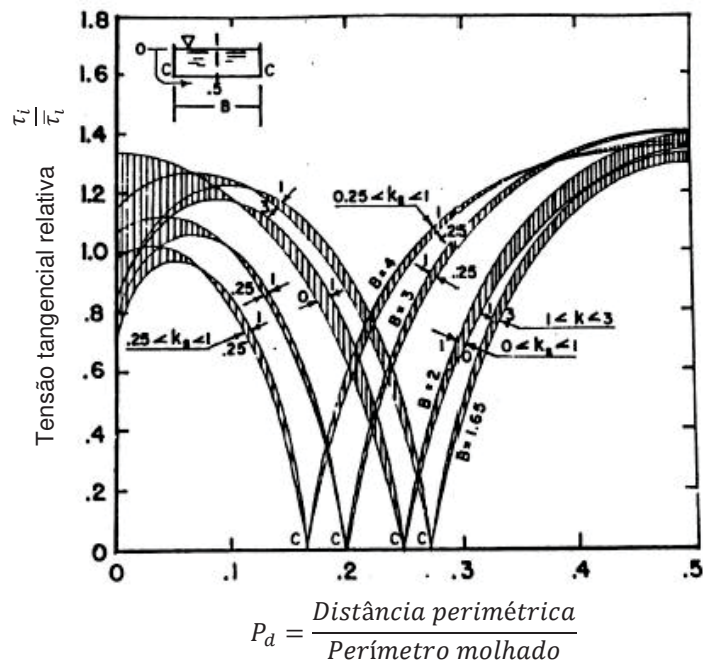
Além dos testes em tubulações já citados, os autores obtiveram tensões tangenciais geradas numericamente no fundo de canais trapezoidais e retangulares. Os resultados referentes à seção trapezoidal foram comparados com os publicados em estudos de Ippen e Drinker (1961) e Enger (1961), conforme ilustrado na FIGURA 2.29. A FIGURA 2.30 apresenta os resultados para canais retangulares.

FIGURA 2.29 – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE TENSÃO TANGENCIAL EM CANAIS TRAPEZOIDAIS



FONTE: Replogle e Chow (1966)

FIGURA 2.30 – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE TENSÃO TANGENCIAL EM CANAIS RETANGULARES



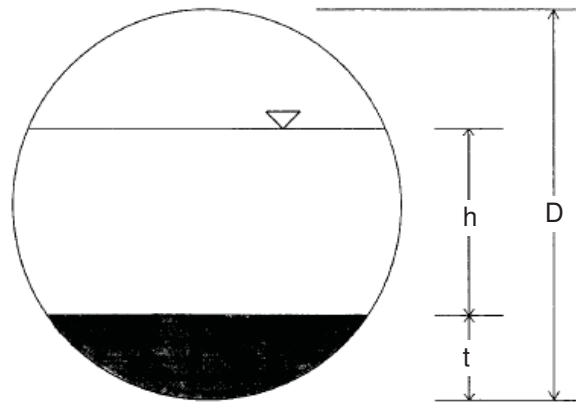
FONTE: Replogle e Chow (1966)

As tensões tangenciais obtidas numericamente para as seções transversais retangulares e trapezoidais resultaram valor zero nos vértices, observação que não pode ser feita acerca dos dados experimentais plotados na FIGURA 2.29. A possível justificativa para esta divergência é a de que, na realidade, um vértice ideal não pode ser obtido na prática, havendo sempre a existência de um raio mínimo nos cantos de um canal (GRAF, 1984).

### 2.3.7 Knight e Sterling (2000)

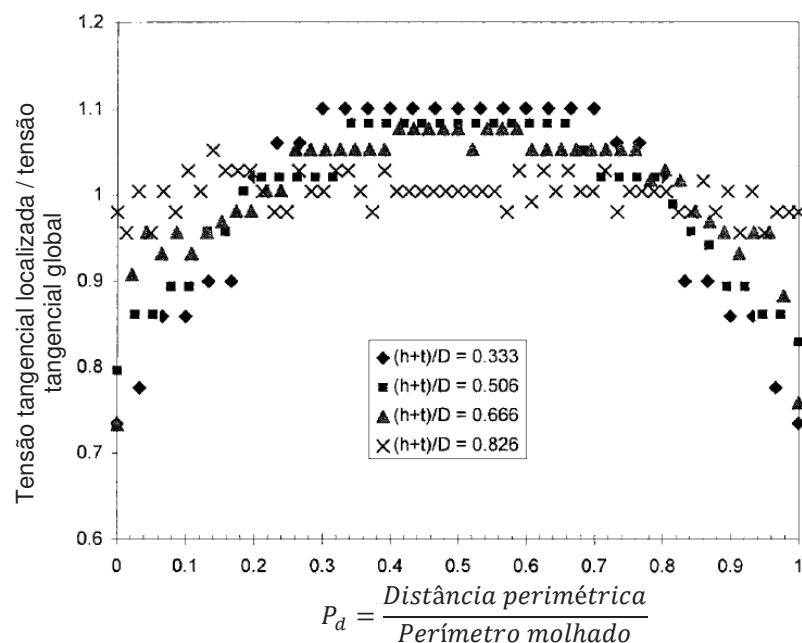
Knight e Sterling (2000) estudaram a distribuição da tensão tangencial em tubos circulares com 244 mm de diâmetro, de dois metros de comprimento, sendo um de PVC e outro em acrílico transparente. A FIGURA 2.31 apresenta a notação das dimensões da seção transversal.

FIGURA 2.31 – NOTAÇÃO UTILIZADA NO ESTUDO DE KNIGHT E STERLING (2000)



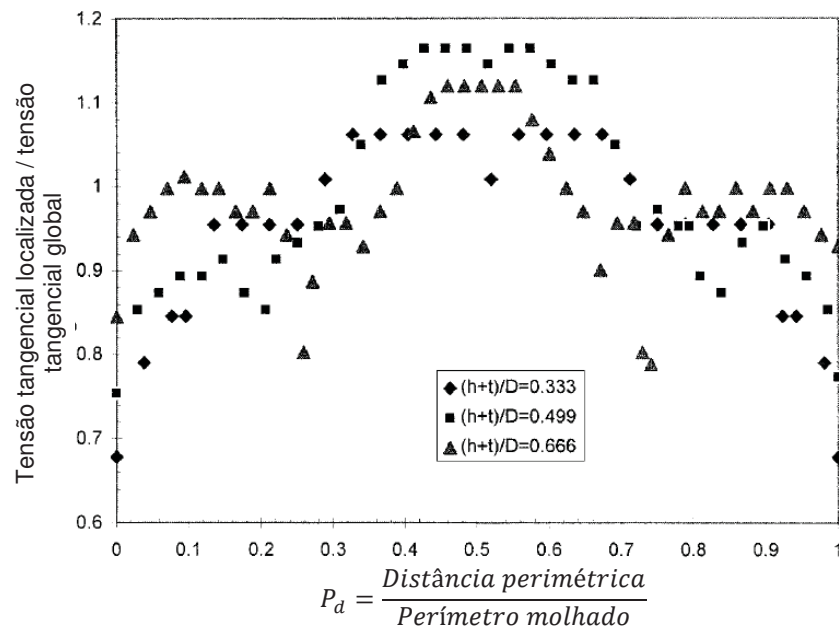
FONTE: Knight e Sterling (2000)

Utilizando a técnica do Tubo de Preston, os autores puderam determinar a tensão tangencial para um conduto parcialmente cheio, com e sem preenchimento liso e plano no fundo, simulando o depósito de sedimento. Neste estudo, foi possível concluir que a distribuição da tensão tangencial é muito sensível à geometria da seção, cuja mudança pode ser causada tanto pela alteração na profundidade do escoamento quanto pela espessura do preenchimento. Estas diferenças podem ser verificadas ao comparar as diferentes condições de escoamento para o canal sem sedimento de fundo (FIGURA 2.32) e com sedimento de fundo (FIGURA 2.33).

FIGURA 2.32 – DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS PARA  $t/D=0$  e  $(h+t)/D=0,333, 0,506, 0,666$  e  $0,826$ 

FONTE: Knight e Sterling (2000)

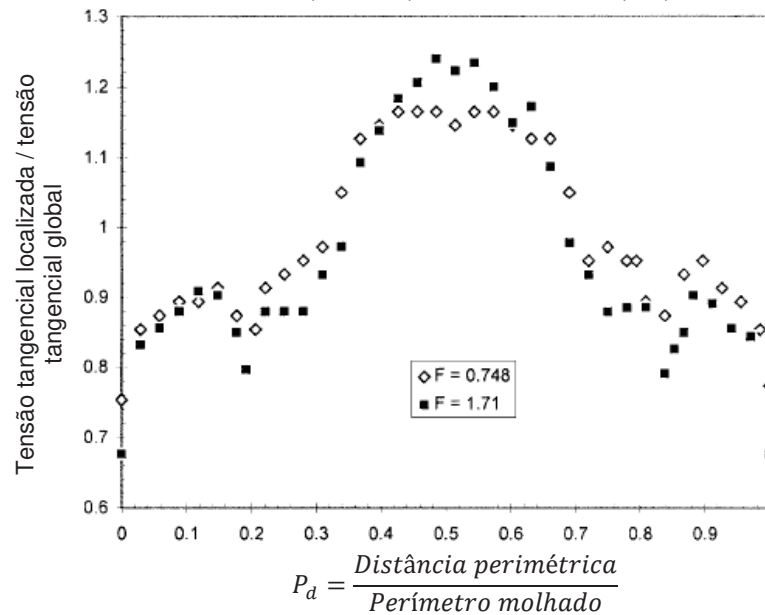
FIGURA 2.33 – DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES TANGENCIAIS PARA  $t/D=0,25$  e  $(h+t)/D=0,333$ ,  $0,499$  e  $0,666$



FONTE: Knight e Sterling (2000)

Outro importante aspecto sobre este estudo é a conclusão acerca da influência do escoamento subcrítico ou supercrítico na distribuição das tensões tangenciais. De acordo com os resultados obtidos, os valores de tensão tangencial foram similares, quando comparados escoamentos de número de Froude iguais a 0,748 e 1,71, como demonstrado na FIGURA 2.34.

FIGURA 2.34 – DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL EM FLUXO SUBCRÍTICO ( $Fr=0,748$ ) E SUPERCRÍTICO ( $Fr=1,71$ ), COM  $t/D=0,25$ ,  $(h+t)/D=0,499$



FONTE: Knight e Sterling (2000)

### 2.3.8 Ota e Nalluri (2003)

Os autores conduziram um estudo em laboratório, no qual foram realizadas medições de velocidades utilizando um tubo de Pitot-Prandtl em uma tubulação com rugosidade de areia ( $k_s = 1$  mm) com diâmetro de 305 mm, comprimento de 23 m e declividade de 0,002 m/m. Foram realizadas três medições de velocidades no eixo vertical da seção para cada uma das sete diferentes vazões. A velocidade de corte foi calculada utilizando-se como embasamento a distribuição logarítmica de velocidades para escoamento turbulento rugoso, aplicando a Equação (2.55).

$$u_* = \frac{u}{5,75 \cdot \log \left( \frac{30y}{k_s} \right)} \quad (2.55)$$

Onde:

$u$  – Velocidade medida utilizando o tubo de Pitot-Prandtl (m/s)

A TABELA 2.1 apresenta um resumo dos dados obtidos nesta pesquisa. O valor de  $V^*$  apresentado na tabela foi obtido utilizando-se a Equação (2.8).

TABELA 2.1 – TABELA-RESUMO DOS DADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS POR OTA E NALLURI (2003)

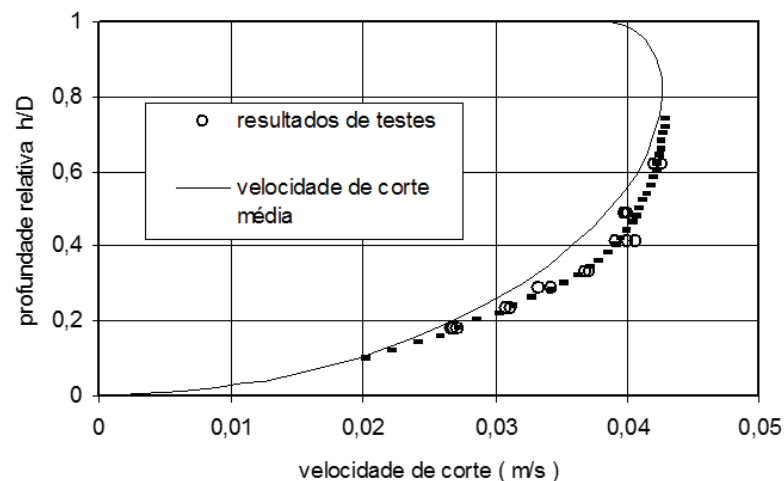
y (mm)	5.75log(30y/k)	Q = 3,5 l/s		Q = 6,0 l/s		Q = 9,0 l/s		Q = 12,0 l/s		Q = 18,0 l/s		Q = 24,0 l/s		Q = 35,0 l/s	
		h = 5,5 cm R <sub>h</sub> =3,35 cm V = 0,390 m/s h/D = 0,180 V* = 0,0258 m/s	h = 7,1 cm R <sub>h</sub> =4,2 cm V = 0,465 m/s h/D = 0,233 V* = 0,0289 m/s	h =8,8 cm R <sub>h</sub> =5,05 cm V = 0,515 m/s h/D = 0,289 V* = 0,0316 m/s	h =10,2 cm R <sub>h</sub> =5,69 cm V = 0,560 m/s h/D = 0,334 V* = 0,0336 m/s	h =12,6 cm R <sub>h</sub> =6,69 cm V = 0,632 m/s h/D = 0,413 V* = 0,0364 m/s	h =14,9 cm R <sub>h</sub> =7,51 cm V = 0,677 m/s h/D = 0,489 V* = 0,0386 m/s	h =18,9 cm R <sub>h</sub> =8,60 cm V = 0,736 m/s h/D = 0,620 V* = 0,0413 m/s							
		Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)	Velocidade medida (m/s)	u* calculada (m/s)
10	14,2434	0,381	0,02675	0,443	0,0311	0,475	0,03335	0,524	0,03679	0,558	0,03918	0,567	0,03981	0,599	0,04205
20	15,9744	0,429	0,02686	0,493	0,03086										
30	16,9869	0,462	0,0272	0,528	0,03108	0,581	0,0342	0,63	0,03709	0,679	0,03997	0,68	0,04003	0,725	0,04268
50	18,2625					0,626	0,03428	0,673	0,03685	0,741	0,04057				
60	18,7178											0,744	0,03975	0,797	0,04258
Velocidade de corte média (m/s)		0,0267		0,031		0,0339		0,0369		0,0399		0,0399		0,0419	

FONTE: Adaptado de Ota e Nalluri (2003)



A FIGURA 2.35 sintetiza os dados apresentados na tabela, indicando que os valores de velocidade de corte média (calculada a partir da Equação (2.8)) resultaram inferiores aos valores obtidos a partir das velocidades medidas em modelo. Isto indica que valores obtidos a partir da Equação (2.8) resultam em subestimação da capacidade real de transporte de sedimentos por arraste no fundo de um canal.

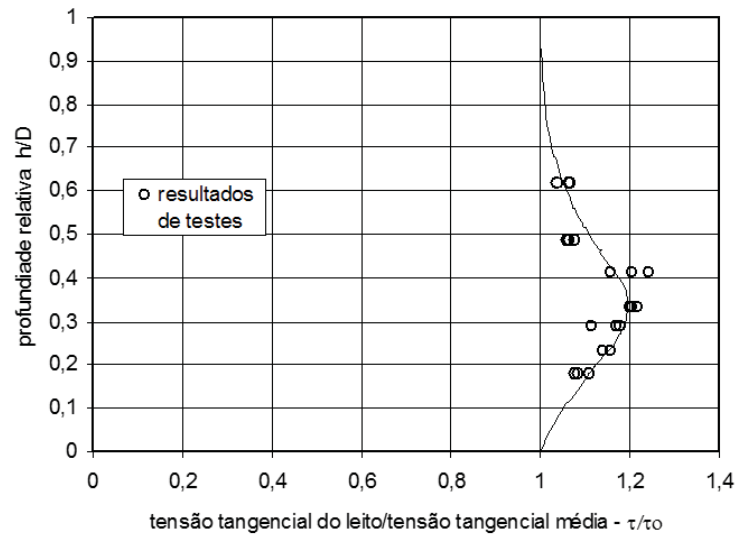
FIGURA 2.35 – COMPARAÇÃO ENTRE A VELOCIDADE DE CORTE DO LEITO MEDIDA E VELOCIDADE DE CORTE MÉDIA CALCULADA



FONTE: Adaptado de Ota e Nalluri (2003)

Por fim, a FIGURA 2.36 apresenta relações de tensão tangencial no leito e tensão tangencial média ( $\tau_i/\tau_0$ ), indicando que, para aproximadamente  $h/D=1/3$  a  $2/5$ , a relação  $\tau_i/\tau_0$  é de 1,2. Este resultado embasa a conclusão de que o valor da tensão tangencial média subestima a capacidade de transporte de sedimentos.

FIGURA 2.36 – TENSÃO TANGENCIAL NO FUNDO DA TUBULAÇÃO/TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA RELACIONADA À PROFUNDIDADE RELATIVA DO ESCOAMENTO



FONTE: Ota e Nalluri (2003)

Ota (1999) realizou testes para seis diferentes vazões (vazões apresentadas na TABELA 2.1, com exceção de 3,5 l/s) e seis diferentes faixas de granulometria de sedimentos. Nestes ensaios, registrou-se a concentração limite de deposição (em ppm) para cada vazão e faixa granulométrica. Segundo o autor, a concentração limite de deposição aumenta com a vazão até atingir um valor máximo, a partir do qual passa a diminuir.

A partir dos dados obtidos destes ensaios, foram calculados os parâmetros de tensão tangencial adimensional (Equação (2.56)) e parâmetro de transporte (Equação (2.57)), conceitos estes utilizados em estudos de transporte de sedimentos.

$$\psi = \frac{\tau}{\rho g d (S_s - 1)} = \frac{(u_*)^2}{g d (S_s - 1)} \quad (2.56)$$

Onde:

$d$  – Diâmetro do sedimento (m)

$S_s$  – Densidade relativa do sedimento

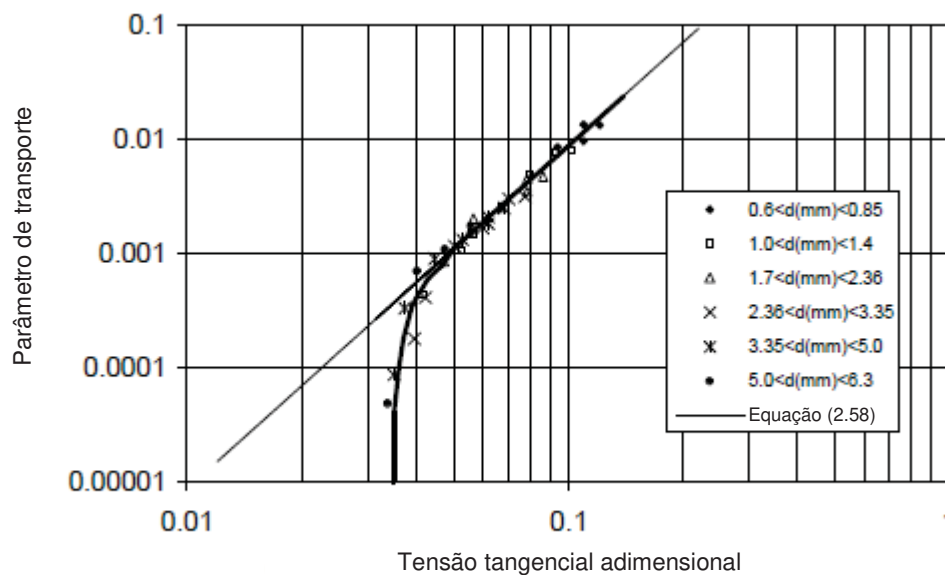
$$\Phi = \frac{q_b}{d^{3/2} \sqrt{g(S_s - 1)}} \quad (2.57)$$

Onde:

$q_b$  – Transporte de sedimento de fundo por unidade de largura  
(m<sup>2</sup>/s)

A FIGURA 2.37 ilustra os valores de tensão tangencial adimensional no fundo do canal (compensados por uma função que relaciona ângulo de repouso do material e rugosidade do canal) e os correspondentes parâmetros de transporte. A Equação (2.58) foi ajustada a partir destes valores.

FIGURA 2.37 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL ADIMENSIONAL E PARÂMETRO DE TRANSPORTE

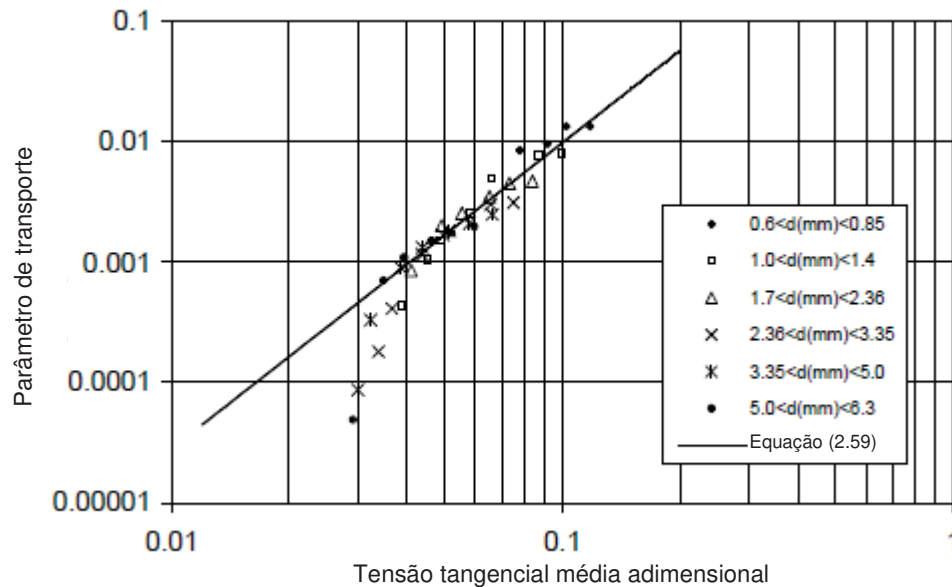


Fonte: Ota (1999)

$$\Phi \approx 8,7 \left( \psi \left( \frac{d}{k} \right)^{2/3} \right)^3 \quad (2.58)$$

Analogamente, foi obtida a relação entre tensão tangencial adimensional média compensada e os correspondentes parâmetros de transporte, conforme apresentado na FIGURA 2.38. A Equação (2.59) foi ajustada a partir desses valores.

FIGURA 2.38 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA ADIMENSIONAL E PARÂMETRO DE TRANSPORTE

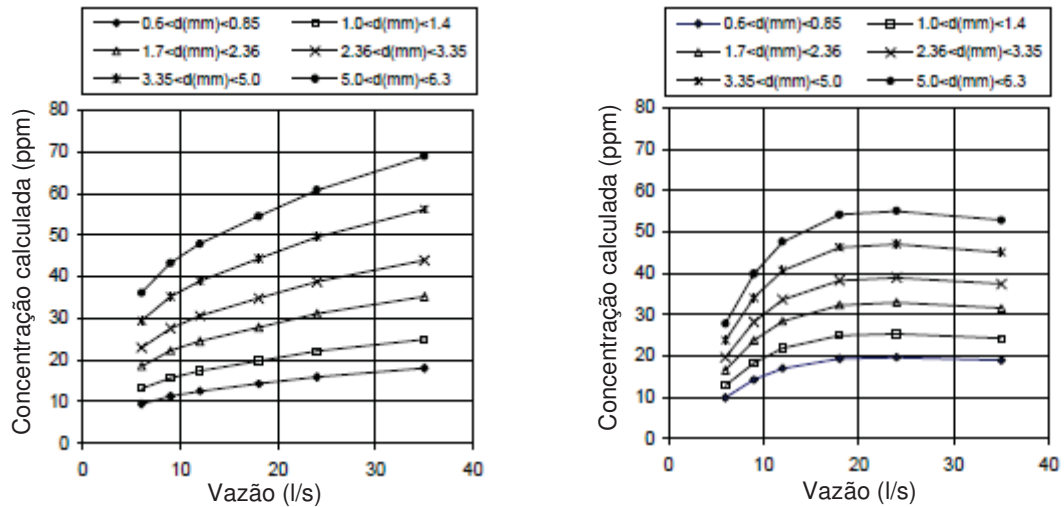


Fonte: Ota (1999)

$$\Phi \approx 3,42 \left( \psi_0 \left( \frac{d}{k} \right)^{2/3} \right)^{2,54} \quad (2.59)$$

A partir das Equações (2.58) e (2.59), foram calculadas as concentrações para diversas faixas de granulometria, conforme é apresentado na FIGURA 2.39. O esperado seria encontrar um valor de concentração máxima de sedimentos transportados na condição de raio hidráulico máximo. Ao observar a FIGURA 2.39-A, constata-se que não há um valor máximo de concentração de sedimentos, ao passo que na FIGURA 2.39-B este fenômeno pode ser observado. Portanto, a consideração da tensão tangencial localizada se mostrou mais adequada às análises de transporte de sedimentos.

FIGURA 2.39 – CONCENTRAÇÕES LIMITE DE DEPOSIÇÃO DE SEDIMENTO CALCULADAS



A) CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO (2.59) TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA ( $\tau_0$ )

B) CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO (2.58) TENSÃO TANGENCIAL MEDIDA NO LEITO ( $\tau$ )

Fonte: Ota (1999)

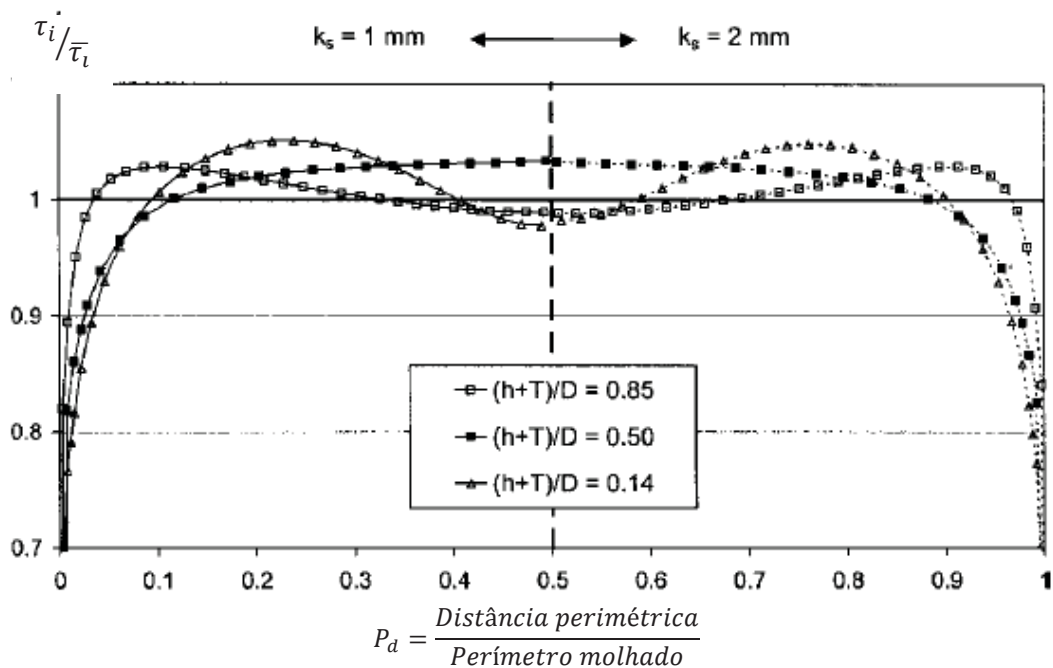
### 2.3.9 Berlamont et al. (2003)

Berlamont et al. (2003) utilizaram o módulo de simulação hidráulica computacional do software PHOENICS para verificar o comportamento da tensão tangencial em uma seção transversal circular com e sem sedimento de fundo. Neste programa, o escoamento foi estudado a partir das equações de balanço de massa e de quantidade de movimento, utilizando os modelos de turbulência k- $\epsilon$  e RSM (tensões de Reynolds). A leitura deste trabalho não elucida a forma como os valores de tensão tangencial foram calculados.

Considerando que cada modelo de turbulência possui sua própria limitação, uma análise prévia do escoamento em uma seção transversal retangular foi realizada, para que fosse possível comparar os resultados com dados existentes na literatura. O modelo k- $\epsilon$  não representa as correntes secundárias, já que possui comportamento isotrópico, e o modelo RSM é somente aplicável para malhas retangulares no PHOENICS, tornando, segundo os autores, impossível a representação de uma seção circular. A partir destas simulações, a conclusão foi que, apesar da limitação do modelo de turbulência k- $\epsilon$ , a distribuição das tensões tangenciais no leito poderia ser reproduzida.

Dando continuidade ao estudo, o escoamento foi numericamente simulado em uma geometria de seção circular de um metro de diâmetro e velocidade média de 1,2 m/s, sem sedimento de fundo ( $T=0$ ). As tensões tangenciais no contorno da seção transversal obtidas desta simulação estão representadas na FIGURA 2.40 e os resultados numéricos são listados na TABELA 2.2. Segundo o autor, a tensão tangencial máxima resulta no eixo do canal para algumas vazões e para outras sua ocorrência se dá em dois pontos simétricos em relação ao eixo. Estes resultados também indicam que o efeito da rugosidade do canal na distribuição e magnitude das tensões tangenciais não foi significativo.

FIGURA 2.40 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR ( $D = 1$  M) OBTIDA DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM VELOCIDADE MÉDIA DE 1,2 M/S SEM SEDIMENTO DE FUNDO



FONTE: Berlamont et. al (2000)

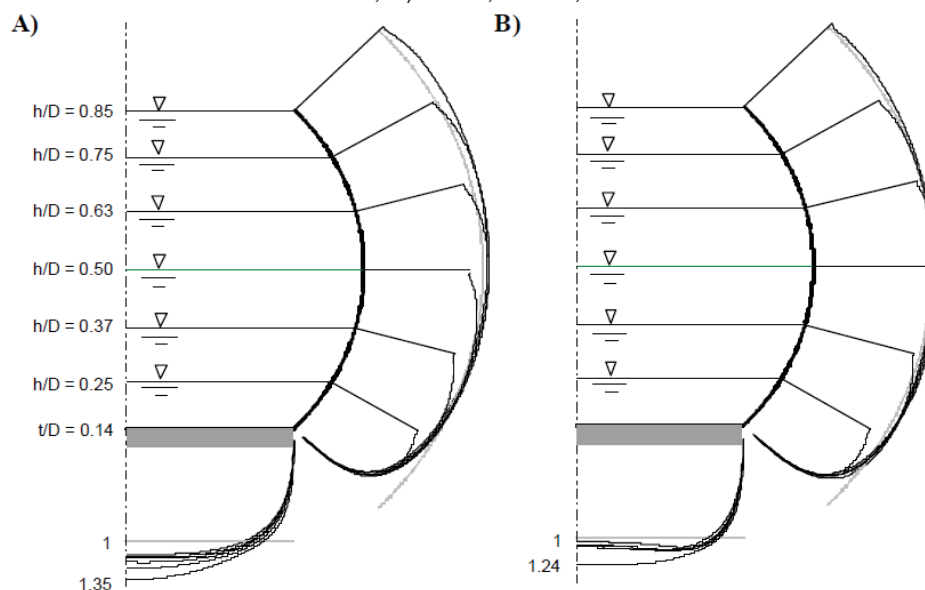
TABELA 2.2 – TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR ( $D = 1$  M) OBTIDA DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS COM VELOCIDADE MÉDIA DE 1,2 M/S SEM SEDIMENTO DE FUNDO

$h/D$	$k_s$ (mm)	$\tau_0$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau_{max}$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau_{max}/\tau_0$
0,14	1	4,17	4,28	1,02
0,50	1	4,09	4,23	1,03
0,85	1	5,69	5,98	1,05
0,14	2	4,80	5,03	1,05
0,50	2	3,49	3,61	1,03
0,85	2	3,55	3,65	1,03

FONTE: Adaptado de Berlamont et. al (2000)

Por fim, foram realizadas simulações com obstrução de  $t = 14$  cm de espessura no fundo da tubulação, utilizando a mesma geometria da simulação anterior. A FIGURA 2.41 apresenta a distribuição das tensões tangenciais obtidas nestas condições de simulação, representada adimensionalmente. Na figura,  $k_s$  é a altura de rugosidade aparente. Para os casos simulados, os pontos de máxima tensão tangencial resultaram no eixo da seção e seus valores adimensionais foram 1,35 para a condição de velocidade de 1,3 m/s e 1,24 para a velocidade de 0,65 m/s.

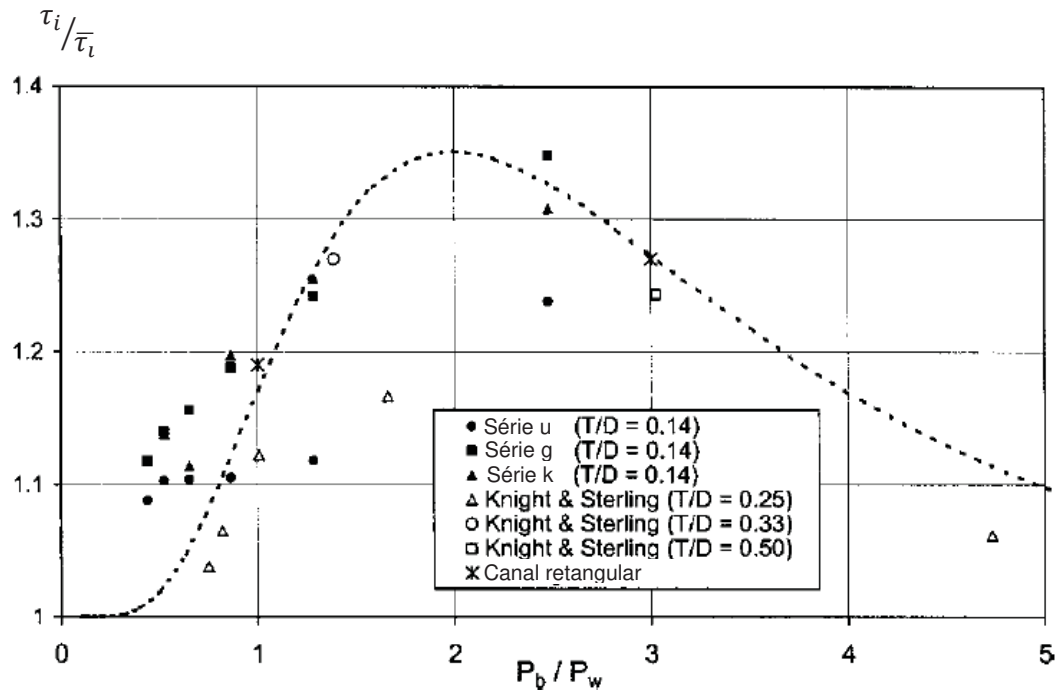
FIGURA 2.41 – DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS NO CONTORNO DA SEÇÃO CIRCULAR ( $D = 1$  m) COM SEDIMENTO DE FUNDO DE 14 cm DE ESPESSURA A)  $U = 1,3$  m/s,  $k_s = 1$  mm; B)  $U = 0,65$  m/s,  $k_s = 1$  mm



FONTE: Berlamont et. al (2000)

A FIGURA 2.42 apresenta pontos de  $\tau_{m\acute{a}x}/\tau_0$  relacionados a  $P_b/P_w$  (dist\ancia do per\imetro molhado correspondente ao sedimento de fundo / dist\ancia do per\imetro molhado correspondente \u00e0s paredes do canal), tanto para as condi\c\u00e7\u00f5es simuladas neste estudo quanto para os dados do estudo de Knight e Sterling (2000).

FIGURA 2.42 – RELA\c\u00c7\u00e3O DE TENS\u00c3O TANGENCIAL M\u00c1XIMA E M\u00c9DIA EM RELA\c\u00c7\u00e3O A  $P_b/P_w$



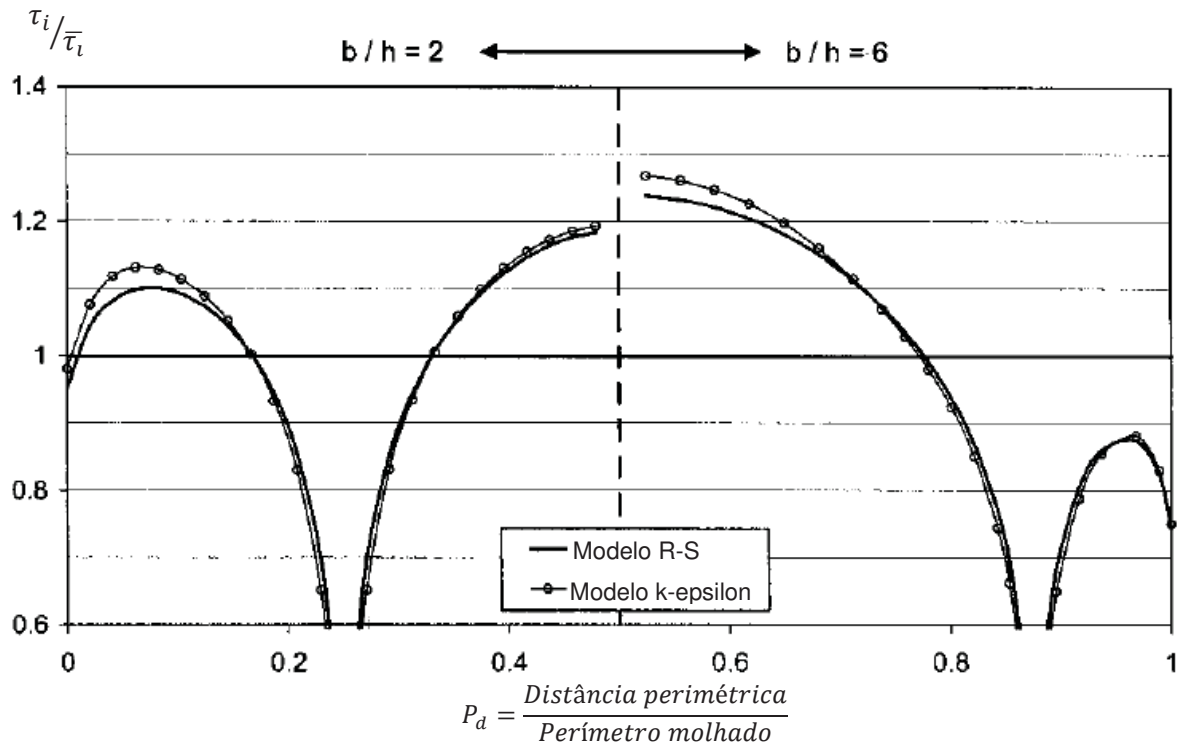
FONTE: Berlamont et. al (2003)

Os autores ressaltaram a exist\u00eancia de maiores valores de  $\tau_i/\tau_0$  obtidos nas simula\c\u00e7\u00f5es num\u00e9ricas, quando comparados aos dados de modelo f\u00edsico. Poss\u00edveis explica\c\u00e7\u00f5es para este fen\u00f4meno seriam:

- A utiliza\c\u00e7\u00e3o do modelo de turbul\u00eancia k- $\epsilon$  resultou maiores valores de  $\tau_i/\tau_0$ , quando comparado ao modelo RSM, conforme pode ser notado na FIGURA 2.43;
- A obten\c\u00e7\u00e3o das tens\u00f5es tangenciais em modelo f\u00edsico se d\u00e1 a partir da medi\c\u00e7\u00e3o de alguns pontos, havendo possibilidade de resultar em tens\u00f5es tangenciais de menor magnitude.



FIGURA 2.43 – TENSÕES TANGENCIAIS EM UMA SEÇÃO RETANGULAR CALCULADAS COM MODELOS DE TURBULÊNCIA  $k - \epsilon$  E RMS



FONTE: Berlamont et. al (2003)

### 2.3.10 Inoue (2005)

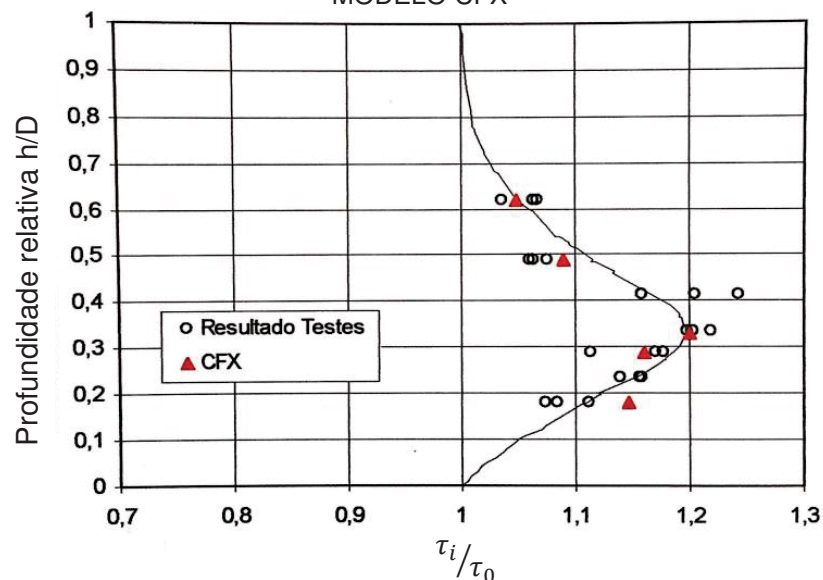
Utilizando-se da ferramenta computacional CFX, Inoue (2005) reproduziu o escoamento em diversas obras hidráulicas. Um dos modelos apresentados neste trabalho refere-se à obtenção de tensões tangenciais no canal do estudo de Ota e Nalluri (2003), mesmo estudo que se deseja reproduzir neste trabalho, utilizando outra ferramenta computacional.

Inoue (2005) elaborou um modelo numérico com 23 metros de comprimento e seção circular de 0,305 m de diâmetro, inicialmente considerando um escoamento multifásico (com interação entre água e ar). Constatou-se que não foi possível reproduzir o escoamento de maneira satisfatória devido ao espaçamento dos elementos da malha, que no teste em questão era de 0,02 m. O refinamento desta malha não era possível devido ao aumento do tempo de processamento. Deste modo, o autor optou por desconsiderar a interface entre água e ar (escoamento multifásico) e criou diferentes malhas para diferentes profundidades de escoamento. As condições de contorno do modelo foram:

- Entrada: distribuição uniforme de velocidades, nível de água e pressão hidrostática;
- Saída: pressão hidrostática e nível de água de jusante;
- Face inferior: rugosidade de areia de 1 mm;
- Face superior: parede sem resistência;
- Modelo simétrico;
- Modelo de turbulência k- $\epsilon$ .

Os resultados da relação entre tensão tangencial máxima e tensão tangencial média obtidos por Inoue (2005) se mostraram aderentes aos do modelo físico de Ota e Nalluri (2003), conforme ilustra a FIGURA 2.44.

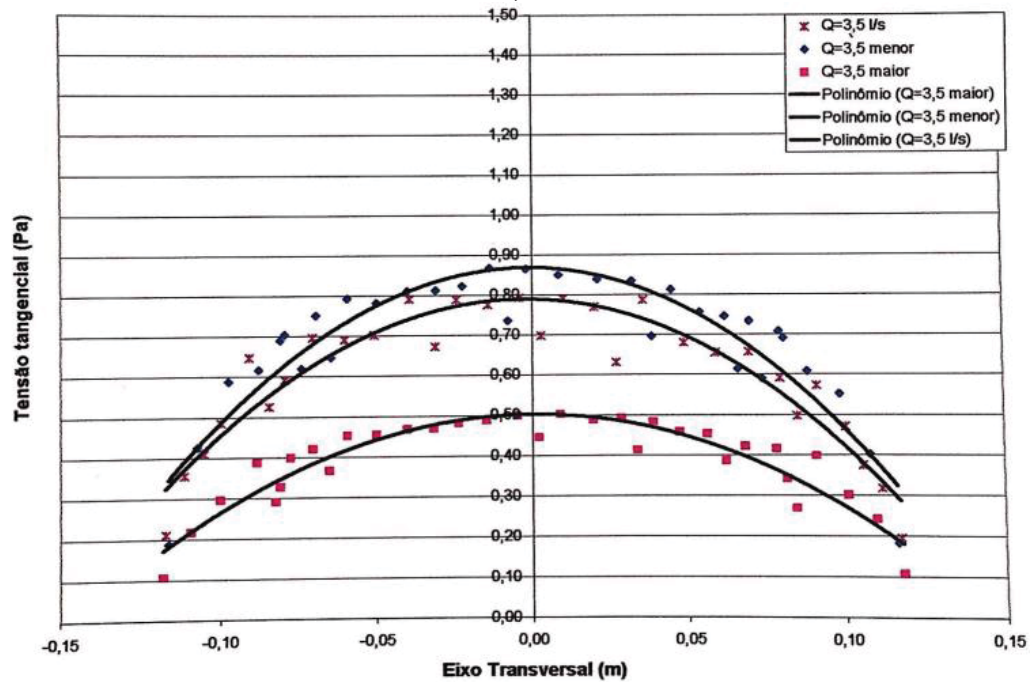
FIGURA 2.44 – COMPARAÇÃO ENTRE MODELO EXPERIMENTAL (OTA E NALLURI, 2003) E MODELO CFX



FONTE: Inoue (2005)

O autor também verificou a sensibilidade do modelo à tensão tangencial ao alterar a profundidade do escoamento em um milímetro para mais e para menos. A FIGURA 2.45 apresenta a variação da tensão tangencial ao longo da seção transversal, para a vazão de 3,5 l/s.

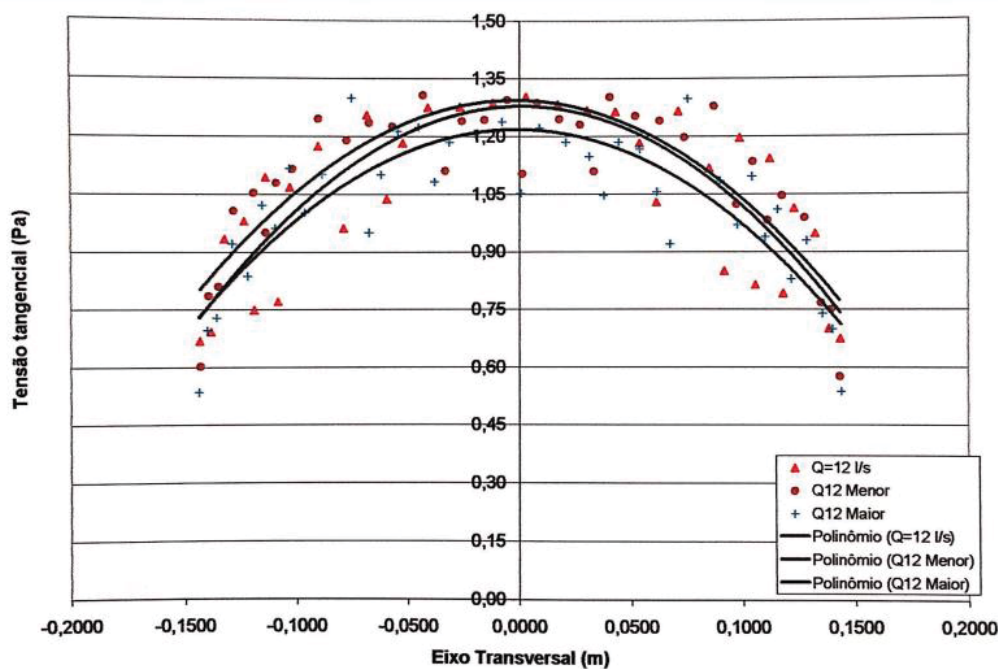
FIGURA 2.45 – INFLUÊNCIA DA PROFUNDIDADE NA VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL –  
Q=3,5 l/s



FONTE: Inoue (2005)

A mesma avaliação foi feita para a vazão de 12 l/s, conforme ilustra a FIGURA 2.46.

FIGURA 2.46 – INFLUÊNCIA DA PROFUNDIDADE NA VARIAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL –  
Q=12 l/s



FONTE: Inoue (2005)

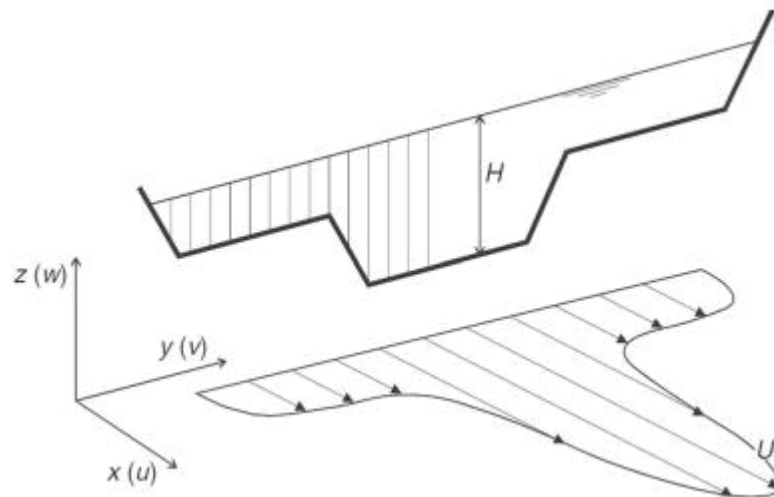
### 2.3.11 Das et al. (2017)

Buscando representar a distribuição de tensões tangenciais em planícies de inundação, os autores utilizaram diferentes métodos de simulação numérica computacional utilizando o software MATLAB. Os métodos utilizados foram:

- Método da Distribuição Lateral (LDM) – utiliza as Equações de Navier Stokes em termos médios de profundidade, considerando escoamento uniforme (simulação bidimensional). Utilizou-se como rugosidade o fator de atrito  $f$  de Darcy-Weisbach;
- Método modificado da distribuição lateral (MLDM) – da mesma forma que o LDM, utiliza as Equações de Navier Stokes em termos médios de profundidade (simulação bidimensional). A rugosidade adotada foi  $n$  de Manning;
- Sistema de Estimativa de Transporte e Afluxo (CES) – utiliza as Equações Médias de Reynolds (RANS) (simulação tridimensional).

A FIGURA 2.47 ilustra a geometria da seção transversal do canal estudado.

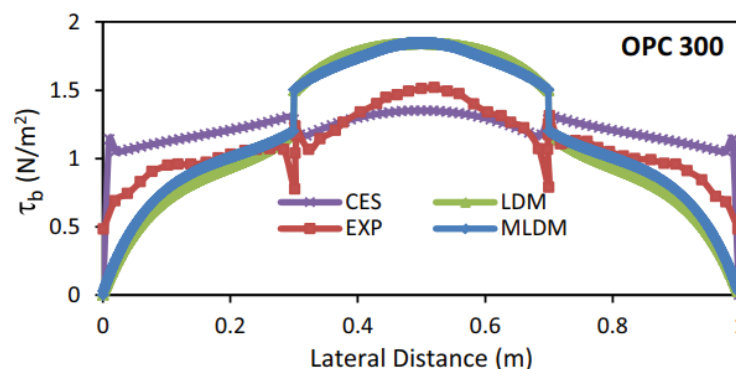
FIGURA 2.47 – SEÇÃO TRANSVERSAL E DEFINIÇÕES



FONTE: Das et al. (2017)

Os resultados de distribuição de tensões tangenciais ao longo do perímetro de uma seção transversal do canal obtidos a partir dos métodos de simulação mencionados, comparativamente a resultados experimentais em modelo físico (EXP), são apresentados na FIGURA 2.48.

FIGURA 2.48 – RESULTADOS DE DISTRIBUIÇÃO DE TENSÃO TANGENCIAL



FONTE: Das et al. (2017)

Segundo os autores, o método CES mostrou-se mais aderente aos resultados experimentais.

### 2.3.12 Análise integradora dos estudos apresentados

Os estudos selecionados e apresentados nesta sessão correspondem a trabalhos clássicos sobre o tema (anteriores ao ano 2000) e trabalhos mais recentes foram selecionados na base de dados de Periódicos da CAPES. Os estudos apresentados apontaram dificuldades na obtenção de valores consistentes de tensão tangencial no leito de canais. Os métodos indiretos, como os utilizados em Lane (1952), Enger (1961), Replogle e Chow (1966) e Ota e Nalluri (2003) são limitados pela adoção de uma distribuição de velocidades em uma seção transversal. O método direto do Tubo de Preston, utilizando em Ippen e Drinker (1962), Replogle e Chow (1966) e Knight e Sterling (2000), apesar de produzir medições com mais rapidez (quando comparado com o método direto com medições em tubo de Pitot, segundo Replogle e Chow (1966)), é trabalhoso e dependente da calibragem.

Estudos mais recentes indicam uma tendência em estudar o tema em ambiente computacional, como nos estudos de Berlamont et al. (2003), Inoue (2005) e Das et al. (2017). O estudo de Berlamont et al. (2003), do ponto de vista teórico, apresenta uma inconsistência. Ao observar o gráfico da FIGURA 2.41, nota-se que há tensão tangencial no contorno do canal aplicada ao ponto em que este encontra a superfície livre do escoamento (teoricamente, este valor deveria ser nulo).

Os trabalhos apresentados não foram conclusivos em estabelecer relações de tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado de canais para diferentes profundidades de escoamento e diferentes geometrias de seção transversal. A importância desta variável para o transporte de sedimentos justifica o estudo mais aprofundado sobre este tema, sendo, no presente trabalho, adotada a tendência de análise deste assunto utilizando-se ferramentas de modelagem hidráulica computacional.

### **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

Este capítulo detalha a classificação metodológica da presente pesquisa e relaciona as ferramentas utilizadas para a obtenção dos resultados pretendidos.

#### **3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA**

Segundo Marconi e Lakatos (2010), “pesquisa é um procedimento formal, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais”.

##### **3.1.1 Quanto à abordagem**

Esta pesquisa pode ser classificada, quanto à sua abordagem, como qualitativa, pois procura compreender o comportamento da tensão tangencial em leitos de canais, determinar as variáveis relacionadas a este conceito e concluir sobre a validade da modelagem hidráulica computacional, quando comparada a casos estudados experimentalmente. Apesar de apresentar dados de medições em modelo numérico, estes são insuficientes para caracterizar a pesquisa como quantitativa.

##### **3.1.2 Quanto à natureza**

Quanto à natureza, esta pesquisa pode ser classificada como aplicada, pois seu resultado pode ser aplicado a soluções práticas de problemas específicos (GERHARDT e SILVEIRA, 2009).

##### **3.1.3 Quanto aos objetivos e procedimentos**

Os objetivos deste trabalho (apresentados no item 1.1) demandam pesquisas de diferentes classificações. A seguir, são retomados estes objetivos para a apresentação da classificação da pesquisa a ser aplicada em cada caso.

- Verificar a representatividade dos valores calculados de tensão tangencial no leito de canais em modelo hidráulico numérico, quando comparados aos valores obtidos em modelo hidráulico físico;
- Verificar se o modelo computacional Telemac3D é adequado para estudos dessa natureza.

Neste caso, busca-se explorar a possibilidade de utilização de modelo numérico Telemac3D para a descrição do comportamento das tensões tangenciais no leito de canais, sendo que há poucos estudos existentes acerca deste tema (ver item 2.3.12). A pesquisa a ser conduzida é classificada quanto aos objetivos como “exploratória”, entendida como aquela em que se busca proporcionar maior familiaridade com o tema em estudo, bem como a formulação de hipóteses (VIANNA, 2013).

Os procedimentos a serem realizados nesta etapa da pesquisa abrangem:

- Pesquisa bibliográfica – levantamento da teoria acerca dos fenômenos estudados, bem como de outras pesquisas realizadas sobre o tema;
  - Estudo de caso – estudo de uma situação de modo profundo e extenso, buscando conhecimento amplo e detalhado. Precisamente no caso desta pesquisa, comparando resultados de modelos físicos de outros trabalhos aos resultados reproduzidos em modelo numérico computacional.
- 
- Analisar o comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal.
  - Comparar o valor da tensão tangencial média do modelo numérico com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência.

O objetivo é descrever o comportamento das tensões tangenciais no fundo de canais, estabelecendo relações entre variáveis. Neste caso, a pesquisa pode ser classificada quanto aos objetivos como “descritiva”, assim entendida aquela que procura descrever fatos e fenômenos observados na realidade (GERHARDT e SILVEIRA, 2009). Para atender a este objetivo, serão aplicados procedimentos experimentais aos modelos numéricos resultantes dos Estudos de Caso.



### 3.2 SOFTWARES E HARDWARE UTILIZADOS

O software adotado para modelagem dos escoamentos estudados neste trabalho foi o Telemac3D em sua versão v7p2r2, utilizando processamento paralelo. Não há manual específico para esta versão, sendo aplicável o da versão 7.1, referenciado como EDF R&D (2016).

Como o Telemac3D não possui interface gráfica para criação do modelo e visualização de resultados, estas funções foram realizadas utilizando-se o software BlueKenue versão 3.3.4, cuja aplicação se restringe à manipulação dos dados dos modelos open TELEMAC-MASCARET. Este software, para a definição dos dados de geometria do modelo, utiliza uma nuvem de pontos com elevação. Esta nuvem de pontos foi criada no AutoCAD 2016 (desenvolvido pela Autodesk, Inc.) e exportada para um arquivo de texto em formato compatível com do software BlueKenue.

A análise gráfica e cálculos utilizando dados extraídos das modelagens numéricas foram realizadas no Excel 2016, elaborado e comercializado pela Microsoft para sistema operacional Windows, organizada na forma de planilhas eletrônicas de cálculo.

As simulações numéricas em Telemac3D foram realizadas em um computador pessoal com processador Intel Core i5 2.27 GHz (4 núcleos de processamento), 4GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7. As simulações foram limitadas a três núcleos de processamento, de modo a evitar sobrecarga do equipamento.

### 3.3 METODOLOGIA ADOTADA PARA CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA

Um dos objetivos específicos deste trabalho diz respeito à comparação da tensão tangencial média do modelo numérico com a obtida a partir da Equação Geral da Resistência. Tais resultados foram obtidos da seguinte maneira:

- Tensão tangencial média do modelo numérico ( $\bar{\tau}_l$ ) – foram criados diversos pontos igualmente espaçados no plano xy, alinhados perpendicularmente ao escoamento, na seção transversal localizada a 0,5 m a montante da seção mais a jusante do modelo. Para cada um destes pontos, o valor da tensão tangencial foi extraído da malha de

resultados do Telemac 3D. A Equação (2.54) foi aplicada para calcular o valor médio da tensão tangencial a partir de uma média ponderada de todas as tensões tangenciais extraídas pontualmente do modelo numérico.

- Tensão tangencial média (Equação Geral da Resistência) ( $\tau_0$ ) - aplicação da Equação (2.5).

O Apêndice 1 apresenta as planilhas utilizadas para calcular a tensão tangencial média do modelo numérico para as simulações realizadas no modelo circular para a vazão de 12 l/s.

### 3.4 ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR

#### 3.4.1 Investigação experimental de referência

Para estudo de escoamentos em canais circulares, será adotado como referência o modelo físico de Ota e Nalluri (2003), conforme descrito no item 2.3.8 deste trabalho.

#### 3.4.2 Modelagem numérica do caso estudado

##### 3.4.2.1 Modelo e dados de entrada utilizados

##### Geometria

Devido à impossibilidade de representar seções fechadas no Telemac3D, a geometria do modelo físico de Ota e Nalluri (2003) foi adaptada para fins de modelagem, representando-se numericamente apenas a metade inferior da seção circular, conforme apresentado na FIGURA 3.5. Esta simplificação não implica restrições às conclusões desta pesquisa, uma vez que foram simuladas somente as condições de  $h/D$  inferior a 0,5.

Os eixos do modelo foram definidos com as seguintes direções:

- Eixo x – comprimento do canal, direção equivalente ao sentido do escoamento;
- Eixo y – largura do canal;
- Eixo z – elevações.

Portanto, são formados os seguintes planos:

- Plano xz – longitudinal ao escoamento;
- Plano yz – transversal ao escoamento;
- Plano xy – vista em planta.

O canal do modelo físico possui 23 m de comprimento, diâmetro de 0,305 m e declividade de 0,002 m/m. Devido a limitações de capacidade computacional, a extensão de canal modelada é de dois metros de comprimento. Além desta extensão, foi previsto um canal de aproximação convergente a montante, cuja necessidade foi justificada no item 3.4.2.3.

#### Malha de Elementos Finitos

A malha de elementos finitos é composta de duas regiões de diferentes densidades de nós. A região de maior densidade de elementos possui espaçamento de dois milímetros entre os nós, sendo representativa da geometria do canal do estudo de caso. A região de menor densidade possui nós distanciados em um centímetro e corresponde ao canal de aproximação. A FIGURA 3.1 e a FIGURA 3.2 ilustram a malha de elementos finitos utilizada neste trabalho, já contendo as informações de elevação resultantes da aplicação da nuvem de pontos elevados. Esta malha possui 166.458 nós.

A FIGURA 3.3 ilustra a distribuição das camadas do modelo (discretização vertical da malha) para uma simulação de 12 l/s com 5 camadas, sendo a Camada 1 coincidente com o fundo do canal.

FIGURA 3.1 – VISTA EM PLANTA DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR

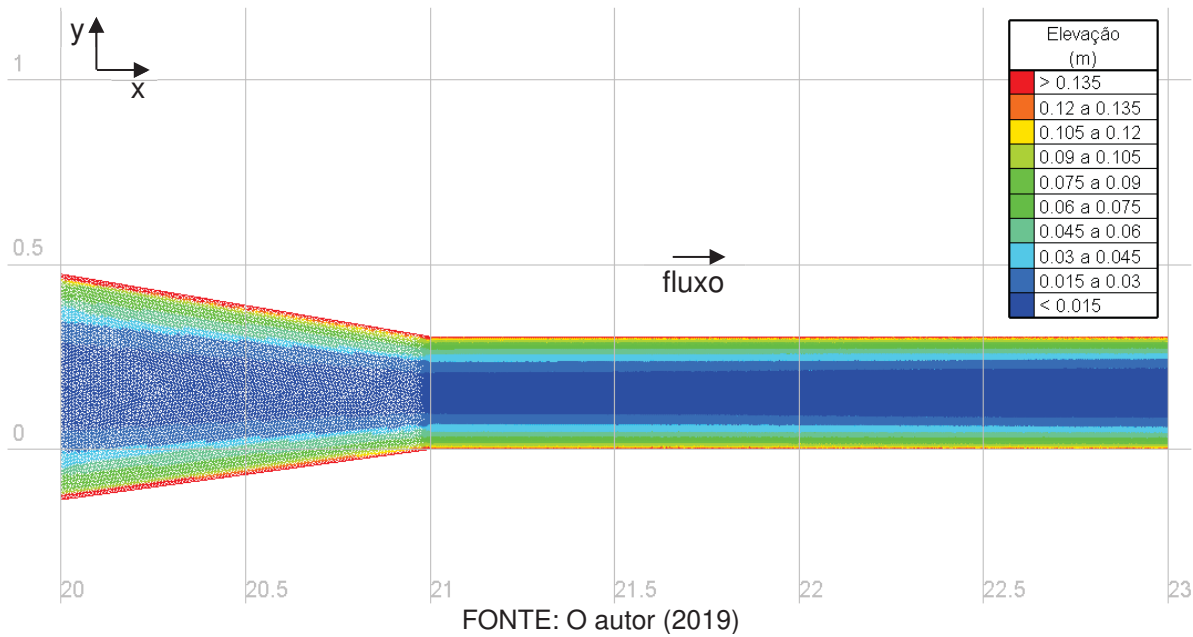


FIGURA 3.2 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL CIRCULAR

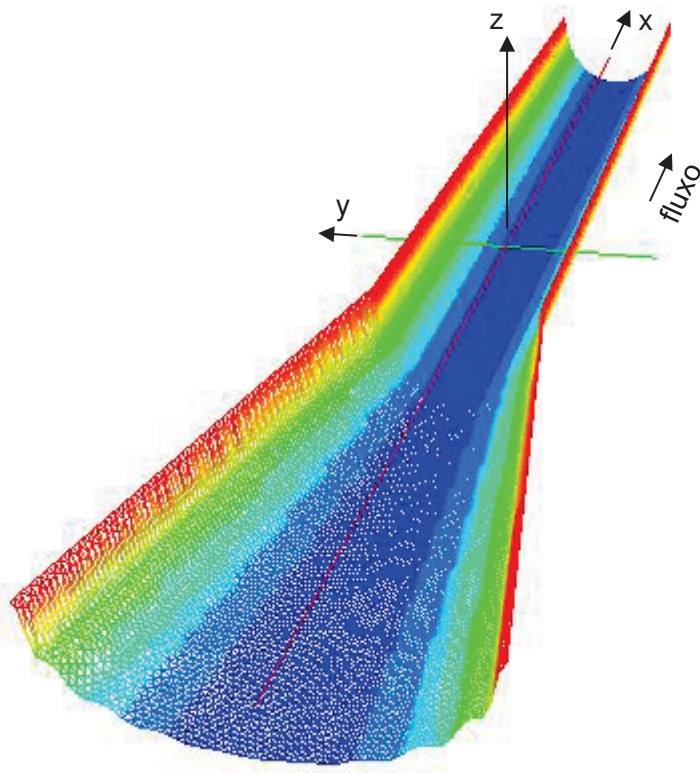
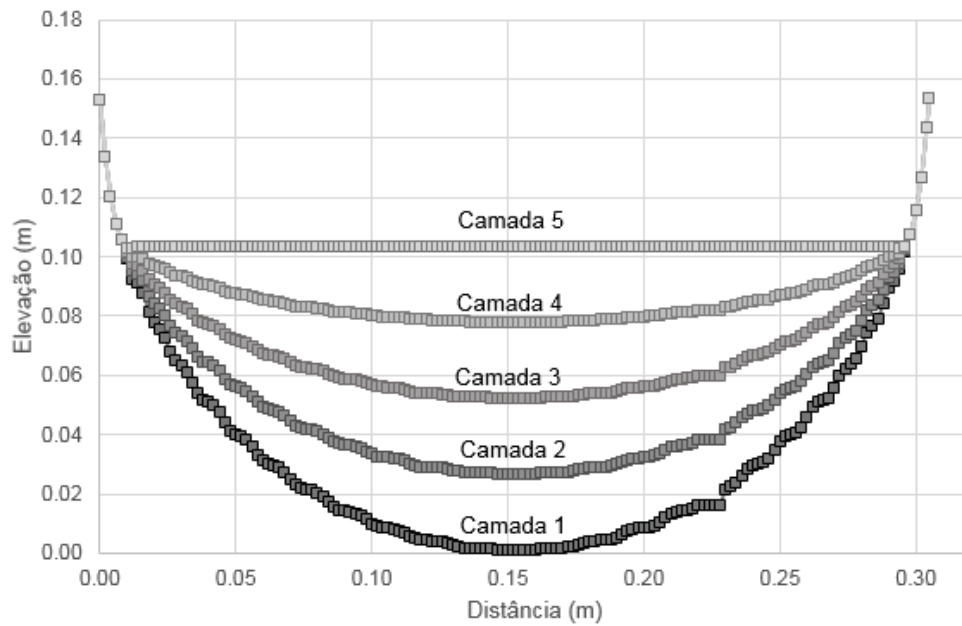


FIGURA 3.3 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 l/s COM 5 CAMADAS – CANAL CIRCULAR

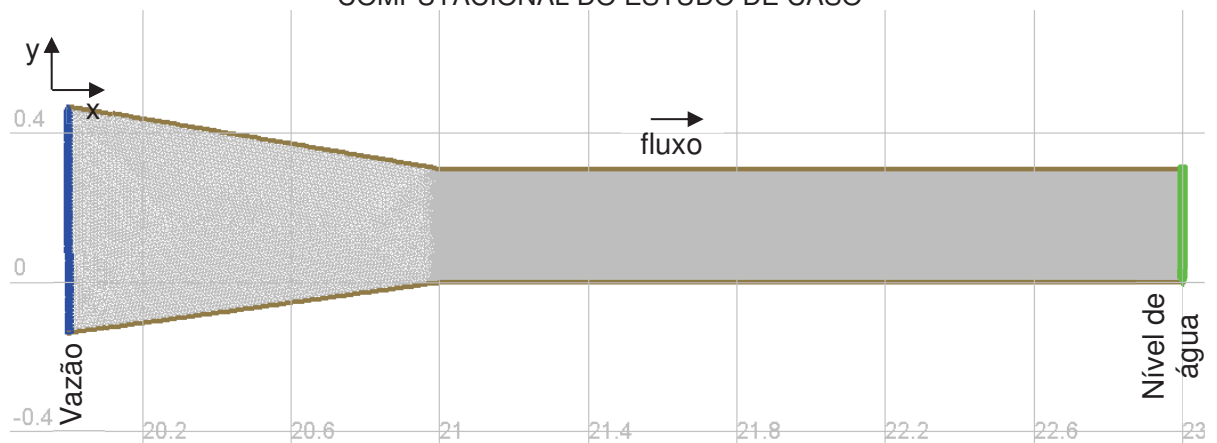


FONTE: O autor (2019)

### Condições de contorno

As condições de contorno são definidas em malha específica (ver FIGURA 3.4). A montante, a condição de contorno imposta é vazão e, a jusante, nível de água. Os valores de nível de água e vazão foram obtidos da TABELA 2.1.

FIGURA 3.4 – MALHA DE CONDIÇÕES DE CONTOURNO UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO



FONTE: O autor (2019)

### Parâmetros de simulação

Atingir a estabilidade do escoamento em modelo tridimensional demanda maior tempo de processamento do que no modelo bidimensional. Procurando reduzir este tempo de processamento, primeiramente foi realizada a convergência das condições do escoamento utilizando modelagem bidimensional, que considera a velocidade em termos médios ao longo da profundidade (EDF R&D, 2014). Os resultados de modelo bidimensional foram utilizados como condição inicial para a simulação em Telemac3D. A TABELA 3.1 apresenta os parâmetros de simulação para os modelos bidimensional e tridimensional.

TABELA 3.1 – PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

Bidimensional	Condição inicial	Elevação = 0,15 m
	Condições de contorno	Montante: vazão Jusante: nível de água
	Rugosidade	$k_s = 0,001$ m
	Modelo de turbulência	k- $\epsilon$
	Distribuição de pressões	Hidrostática
Tridimensional	Condição inicial	Simulação 2D
	Condições de contorno	Montante: vazão Jusante: nível de água
	Distribuição vertical de velocidades	Logarítmica
	Rugosidade	$k_s = 0,001$ m
	Modelo de turbulência na vertical	Comprimento de Mistura
	Modelo de turbulência na horizontal	k- $\epsilon$
	Distribuição de pressões	Hidrostática

Segundo EDF R&D (2016), o algoritmo do modelo de turbulência vertical do Comprimento de Mistura permite uma melhor definição das velocidades entre o fundo e 20% da profundidade do escoamento (ao ativar a opção VERTICAL VELOCITY DERIVATIVES = 2). Dada a importância das velocidades nesta faixa de profundidade para estudo em questão, optou-se pela adoção deste modelo de turbulência, com a abordagem de Nezu e Nakagawa (ver 2.2.3.2).

#### 3.4.2.2 Condição de convergência

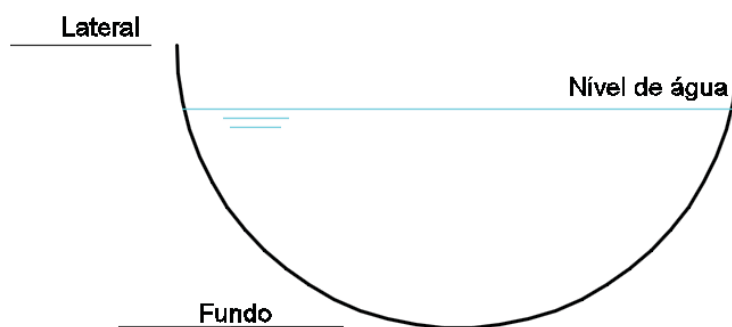
Antes da extração de resultados do modelo numérico, é necessária a verificação da condição de convergência do modelo. No caso em estudo, foi avaliado

o momento a partir do qual não mais havia variação dos níveis de água no modelo bidimensional, resultando em um tempo de modelo (tempo de escoamento reproduzido no modelo numérico) de aproximadamente 90 segundos. Após a convergência do modelo bidimensional, foram simulados tridimensionalmente (5 camadas) 0,055 segundo em tempo de modelo, o que levou aproximadamente 25 horas em tempo real. Estas informações referem-se às simulações de 12 l/s.

### 3.4.2.3 Justificativa para adoção da configuração de modelagem apresentada

São apresentadas a seguir as diversas tentativas de configuração das condições do modelo físico e reprodução de suas condições de escoamento que conduziram à adoção do modelo anteriormente descrito. Utilizou-se como condição de análise a vazão de 12 l/s, cujo nível de água em regime uniforme resultou 10,2 cm em modelo físico (ver TABELA 2.1). Todas as simulações realizadas nesta análise são bidimensionais. A FIGURA 3.5 traz algumas definições que auxiliarão a compreensão dos perfis de linha de água longitudinais apresentados na sequência. Como “NA uniforme” entende-se o perfil de linha de água em regime uniforme obtido no modelo físico.

FIGURA 3.5 – DEFINIÇÃO DE LATERAL E FUNDO DA SEÇÃO TRANSVERSAL

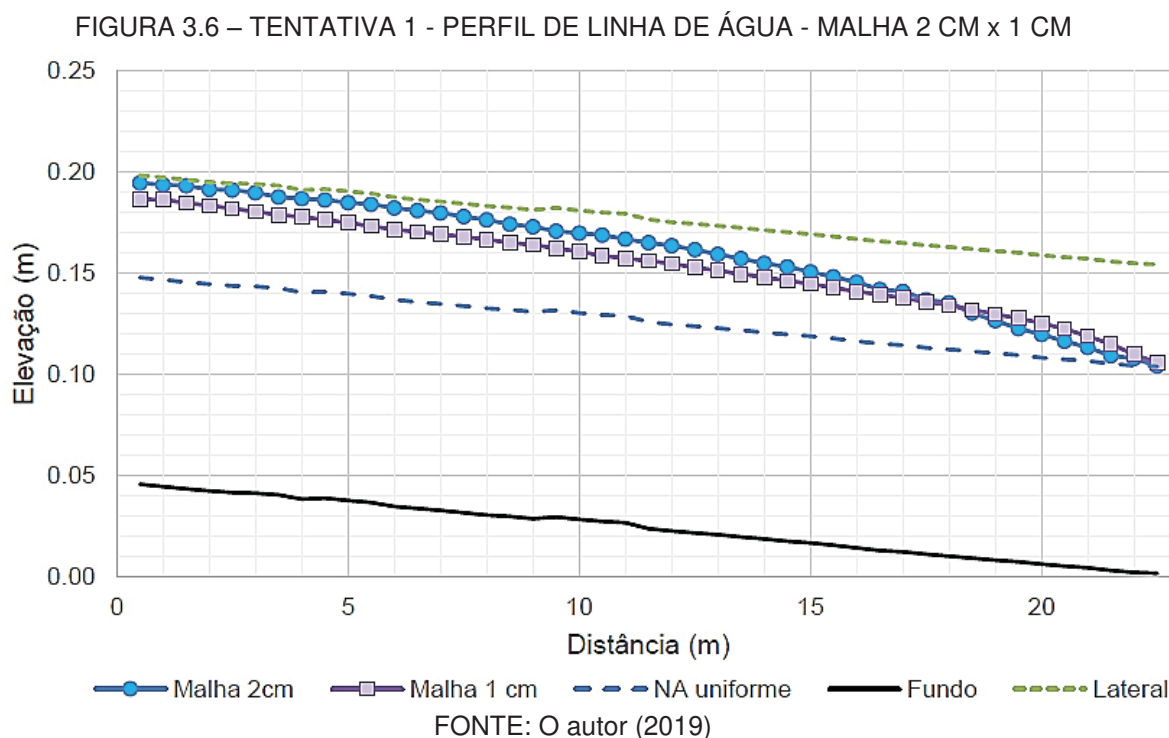


FONTE: O autor (2019)

#### Tentativa 1

Como tentativa inicial, buscou-se representar numericamente a extensão total do modelo físico (23 metros). A malha de elementos finitos, neste caso, foi testada com espaçamento entre os nós de dois centímetros e um centímetro, com o propósito de identificar se os resultados seriam alterados caso adotada uma ou outra densidade

de malha. A FIGURA 3.6 apresenta o perfil de linha de água obtido a partir da extração de resultados do modelo a cada 0,5 m, desprezando os pontos das seções representativas das condições de contorno.



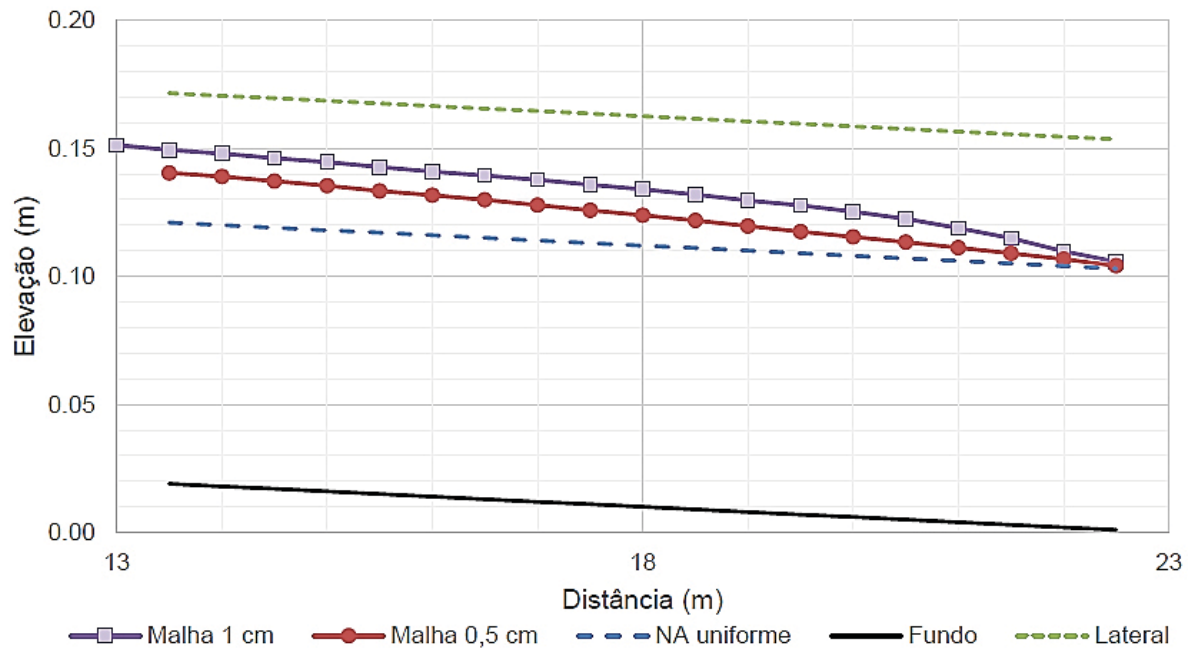
A FIGURA 3.6 demonstra que nenhuma das duas densidades de malha testadas foram suficientes para reproduzir o escoamento uniforme, pois os níveis de água resultaram bastante superiores quando comparados aos do modelo físico. As irregularidades constatadas na geometria do fundo do canal (sem diferenças significativas quando comparada a malha de 2 cm e 1 cm) indica que a malha não foi capaz de reproduzir adequadamente as características do canal circular.

### Tentativa 2

A segunda tentativa foi refinar mais a malha de elementos finitos, prevendo espaçamento entre elementos de 0,5 cm. Para não tornar o tempo de processamento inviável, a abrangência foi reduzida para dez metros de extensão. A FIGURA 3.7 apresenta o perfil de linha de água obtido a partir da extração de resultados do modelo a cada 0,5 m, desprezando os pontos das seções representativas das condições de contorno.



FIGURA 3.7 – TENTATIVA 2 - PERFIL DE LINHA DE ÁGUA - MALHA 1 CM (L= 23 M) x 0,5 CM (L=10 M)

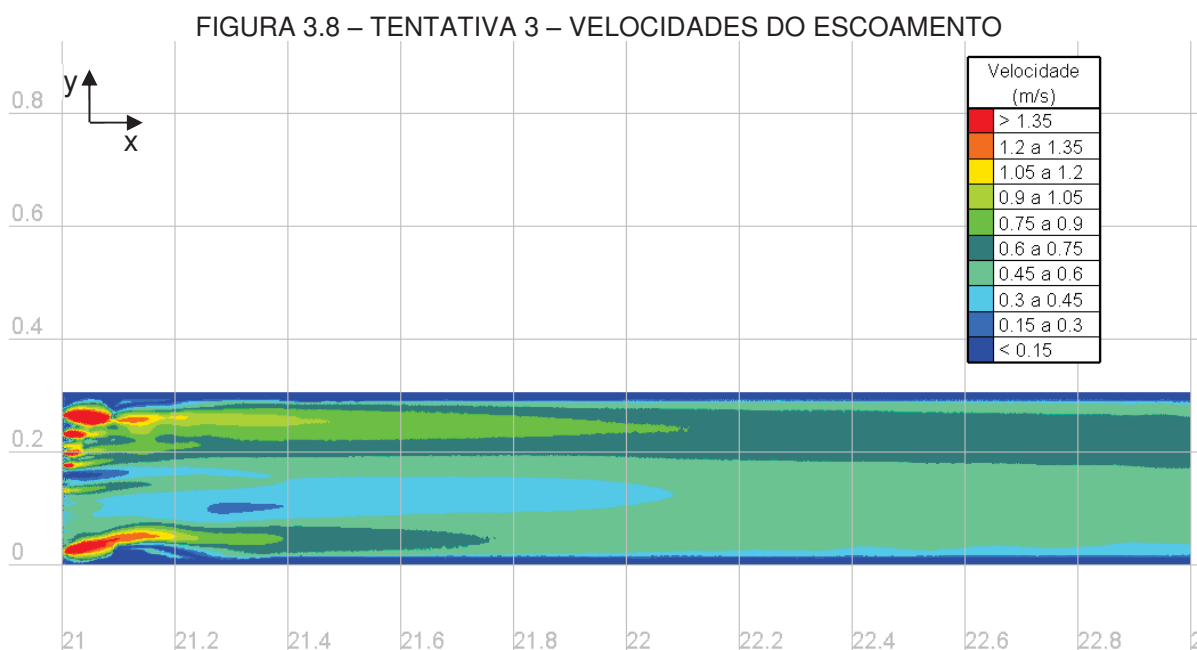


FONTE: O autor (2019)

Os resultados apresentados na FIGURA 3.7 indicam que os níveis de água resultaram mais próximos ao do regime uniforme, no entanto ainda não coincidentes. Observa-se que o caráter retilíneo do fundo do canal foi corretamente reproduzido ao utilizar uma malha mais refinada.

### Tentativa 3

Os resultados obtidos até então indicaram que uma maior densidade de elementos na malha repercutia em resultados mais próximos aos observados em modelo físico. Deste modo, uma malha de espaçamento entre nós de 0,2 cm foi testada, no entanto o comprimento do modelo foi reduzido para 2 metros, de modo a viabilizar o tempo de simulação. A FIGURA 3.8 ilustra as velocidades calculadas para o escoamento, visualizadas em planta.



FONTE: O autor (2019)

As velocidades calculadas para este modelo evidenciam que não foi possível obter uma condição de simetria para o escoamento, devido à influência da condição de contorno de montante e o curto trecho do canal.

O programa possui uma opção denominada VELOCITY PROFILES, que permite alterar a forma como os vetores de velocidade são calculados em seções de condição de contorno de imposição de vazão. A condição padrão (opção 1) é a de que os vetores de velocidade são normais à seção e homogêneos (possuem a mesma intensidade). Foram testadas as demais opções fornecidas pelo programa, tais quais:

- Fornecer o valor das velocidades para cada nó da seção de entrada de vazão (opções 2 e 3);
- Estabelecer uma relação de proporcionalidade entre a intensidade da velocidade e a raiz quadrada da profundidade do escoamento (opções 3 e 4).

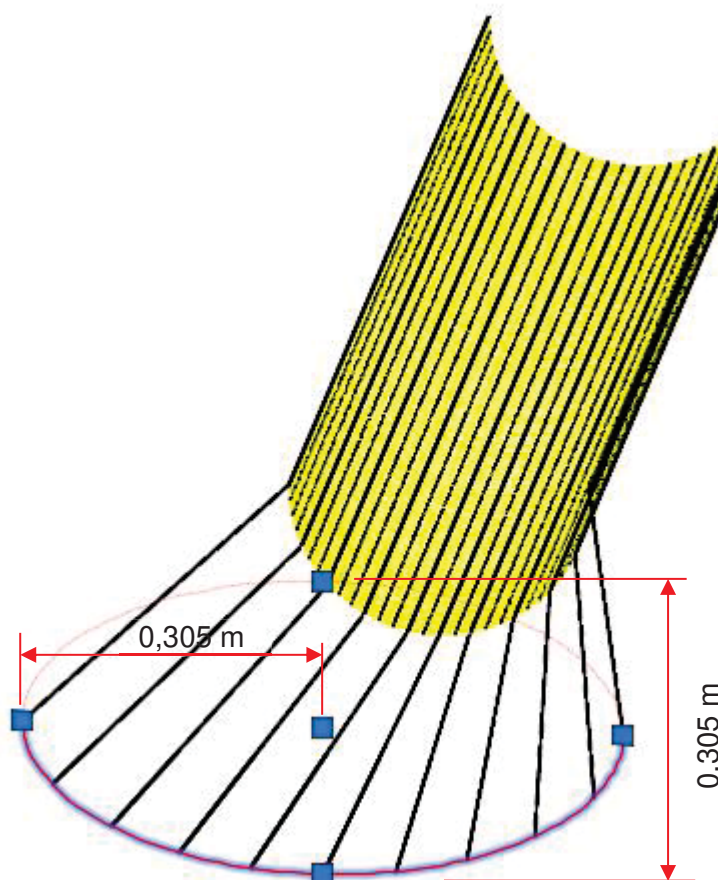
Estas opções testadas também não foram capazes de reproduzir o escoamento uniforme no comprimento de canal modelado.

#### Tentativa 4

Uma alternativa à assimetria de velocidades, observada na Tentativa 3, testada na Tentativa 4 foi a previsão de um canal de aproximação convergente a

montante da extensão de dois metros de canal. A geometria da seção de entrada de vazão no modelo (condição de contorno de montante) foi configurada como uma elipse de raio horizontal igual a 0,305 m e diâmetro vertical igual a 0,305 m. A transição entre a seção de elipse e a seção circular é realizada gradualmente, por uma extensão de um metro. A FIGURA 3.9 ilustra a nuvem de pontos utilizada para a configuração da geometria do canal, visualizada de montante para jusante em perspectiva.

FIGURA 3.9 – TENTATIVA 4 – VISÃO DE MONTANTE PARA JUSANTE DA GEOMETRIA DO CANAL

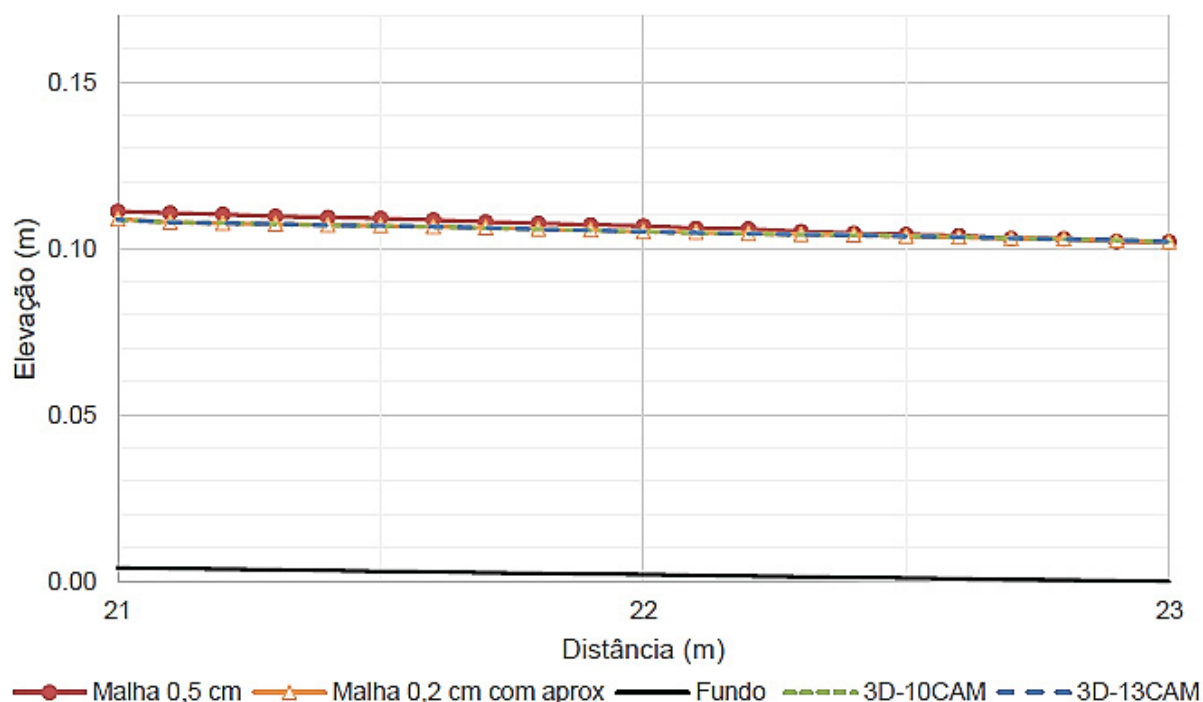


FONTE: O autor (2019)

A densidade da malha na região da aproximação foi definida em um centímetro, justificada pelo fato de que uma malha de densidade única com nós espaçados em 2 mm acarretaria maior tempo de simulação para representar detalhadamente uma região do modelo em que não há necessidade do conhecimento de informações hidráulicas precisas.

A FIGURA 3.10 ilustra o perfil da linha de água do modelo em questão e o perfil referente à Tentativa 2, para fins de comparação.

FIGURA 3.10 – TENTATIVA 4 - PERFIL DE LINHA DE ÁGUA - 0,5 CM (L=10 M) x 0,2 CM (L=2 M) COM CANAL DE APROXIMAÇÃO



FONTE: O autor (2019)

Considerou-se que este modelo foi capaz de representar adequadamente o escoamento do modelo físico. Na seção mais a montante do canal circular modelado (a dois metros da seção mais a jusante), o nível de água resultou 0,003 m acima do esperado para o escoamento uniforme. Como o tempo de simulação para esta configuração de malha totalizou cerca de 25 horas, julgou-se incoerente uma nova tentativa de refinamento da malha para corrigir esta pequena diferença, pois acarretaria aumento no tempo de simulação.

### 3.5 ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL

#### 3.5.1 Investigação experimental de referência

Os resultados experimentais do modelo de Lane (1952) (item 2.3.2 deste trabalho) foram adotados para fins de comparação com os resultados obtidos no presente trabalho.

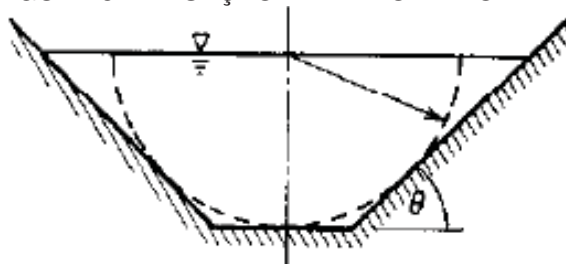
### 3.5.2 Modelagem numérica do caso estudado

#### 3.5.2.1 Modelo e dados de entrada utilizados

##### Geometria

A geometria do canal trapezoidal foi definida a partir das dimensões do canal circular de Ota e Nalluri (2003), de forma que este ficasse circunscrito à geometria daquele. Segundo Henderson (1966), a seção trapezoidal ótima é aquela que mais se aproxima de um semicírculo, conforme ilustrado na FIGURA 3.11.

FIGURA 3.11 – SEÇÃO TRAPEZOIDAL ÓTIMA



FONTE: Henderson (1966)

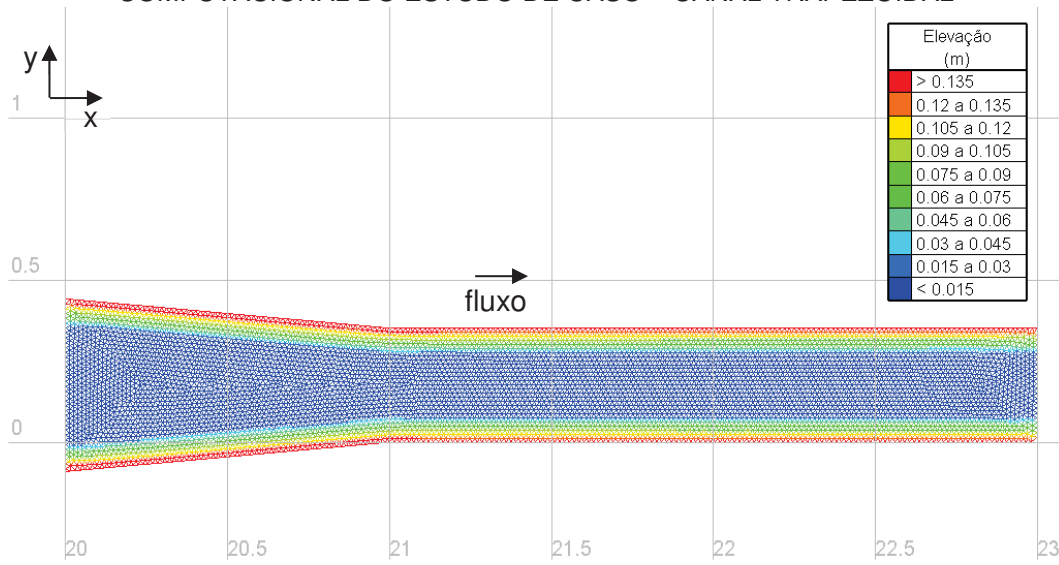
Desta maneira, a base da seção trapezoidal resultou em um comprimento de 17,6 cm e laterais com inclinação  $\theta$  de 30°.

Os eixos do modelo foram definidos da mesma maneira que os eixos do modelo circular. Também da mesma forma que o modelo circular, a extensão de canal modelada é de dois metros de comprimento, além de canal de aproximação convergente a montante, cuja necessidade está justificada no item 3.4.2.3.

##### Malha de Elementos Finitos

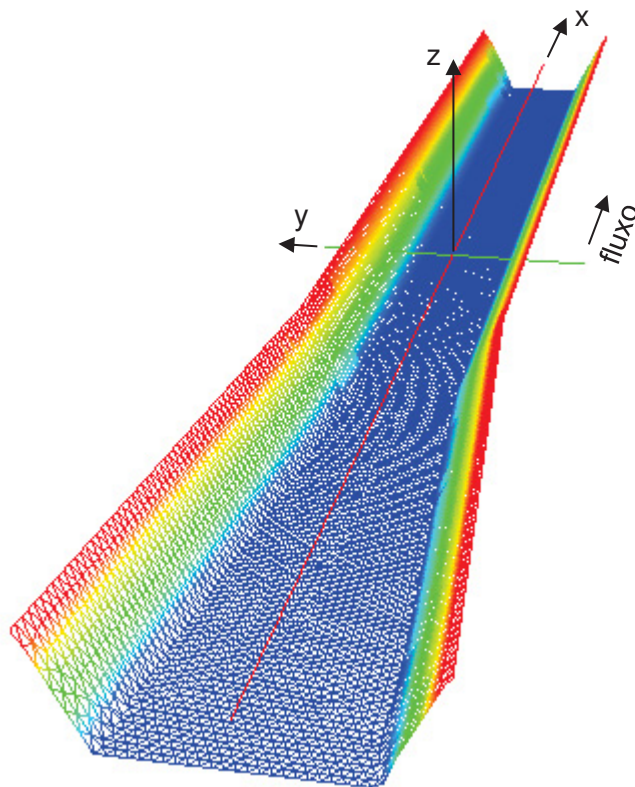
A malha de elementos finitos possui espaçamento homogêneo de 1,5 cm entre os nós da malha, totalizando 6.277 nós. Para fins de comparação, também foram realizadas simulações com malha de 1 cm entre os nós (totalizando 11.921 nós). A FIGURA 3.12 e a FIGURA 3.13 ilustram a malha de elementos finitos utilizada neste trabalho (espaçamento de 1,5 cm entre os nós), já contendo as informações de elevação resultantes da aplicação da nuvem de pontos elevados.

FIGURA 3.12 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL



FONTE: O autor (2019)

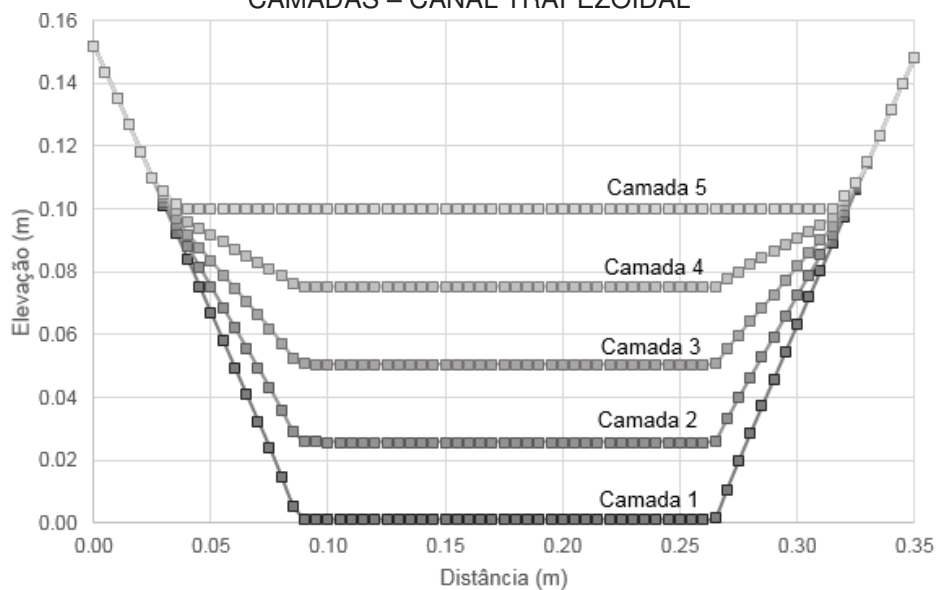
FIGURA 3.13 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL TRAPEZOIDAL



FONTE: O autor (2019)

A FIGURA 3.14 ilustra a distribuição das camadas do modelo (discretização vertical da malha) para uma simulação de 12 l/s com 5 camadas.

FIGURA 3.14 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 l/s COM 5 CAMADAS – CANAL TRAPEZOIDAL



FONTE: O autor (2019)

### Condições de contorno

A montante, a condição de contorno imposta é vazão e, a jusante, nível de água. Estes dados foram calculados a partir das Equações (2.6) e (2.7), resultando nos valores da TABELA 3.2.

TABELA 3.2 – CONDIÇÕES DE CONTORNO – MODELO TRAPEZOIDAL

$b/h$	$Q$	$h$	$S$	$k_s$	$R_h$	$A$	$C$
(-)	(l/s)	(m)	(m/m)	(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>1/2</sup> /s)
1,78	12,00	0,098	0,002	0,001	0,056	0,023	50,15
3,00	5,04	0,058	0,002	0,001	0,039	0,012	47,33

FONTE: O autor (2019)

### Parâmetros de simulação

Os parâmetros de simulação são os mesmos utilizados para o canal circular, portanto, para o modelo trapezoidal permanecem válidas as informações da TABELA 3.1.

### 3.5.2.2 Condição de convergência

Para o modelo trapezoidal, dada a experiência relatada no item 4.1.4 constatada no modelo de canal circular, considerou-se como condição de convergência o momento a partir do qual o perfil vertical de velocidades permanece estável em sua distribuição logarítmica. Consequentemente, a velocidade de corte também atinge valores estáveis.

## 3.6 ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR

### 3.6.1 Investigação experimental de referência

Os resultados experimentais do modelo de Lane (1952) (item 2.3.2 deste trabalho) foram utilizados como referência para fins de comparação com os resultados obtidos no modelo numérico do presente trabalho.

### 3.6.2 Modelagem numérica do caso estudado

#### 3.6.2.1 Modelo e dados de entrada utilizados

##### Geometria

O canal retangular adotado neste trabalho possui a mesma base do canal trapezoidal, ou seja, 17,6 cm.

Os eixos do modelo foram definidos seguindo o padrão aplicado aos modelos circular e trapezoidal. A extensão de canal modelada é de dois metros de comprimento, além de canal de aproximação convergente a montante, cuja necessidade está justificada no item 3.4.2.3.

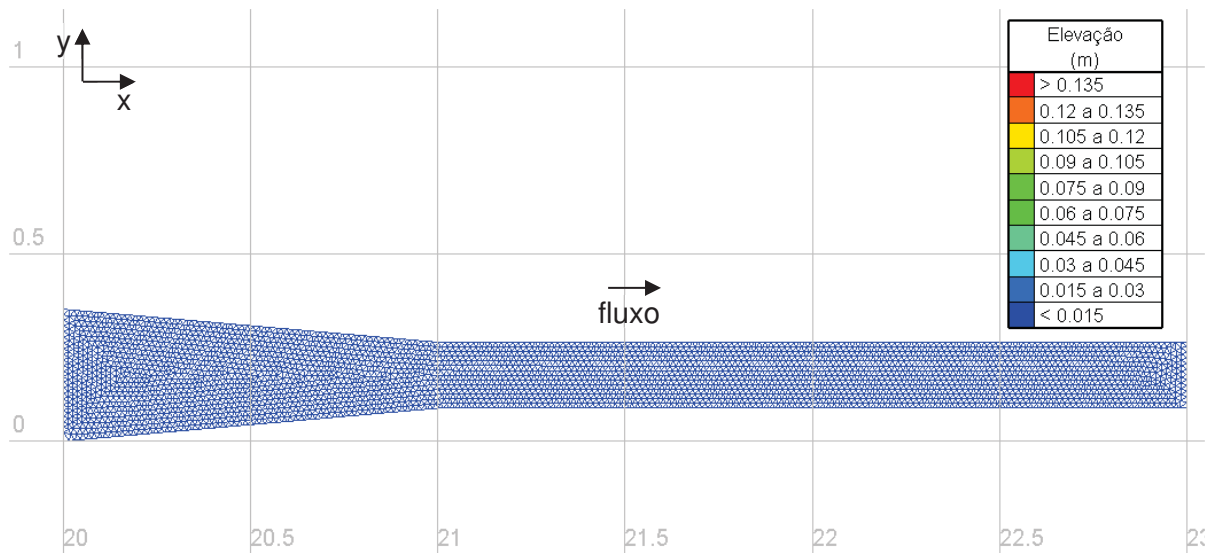
##### Malha de Elementos Finitos

A malha de elementos finitos possui espaçamento homogêneo de 1,5 cm entre os nós da malha. A FIGURA 3.15 e a FIGURA 3.16 ilustram a malha de elementos finitos utilizada para o canal retangular, já contendo as informações de



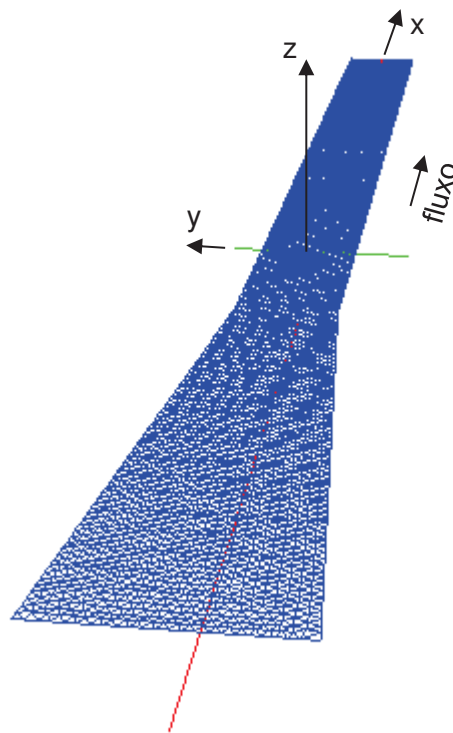
elevação resultantes da aplicação da nuvem de pontos elevados. As laterais do canal são definidas pelo contorno do modelo (boundary), em que se definiu também a rugosidade de 1 mm. Esta malha possui 4.351 nós.

FIGURA 3.15 – MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR



FONTE: O autor (2019)

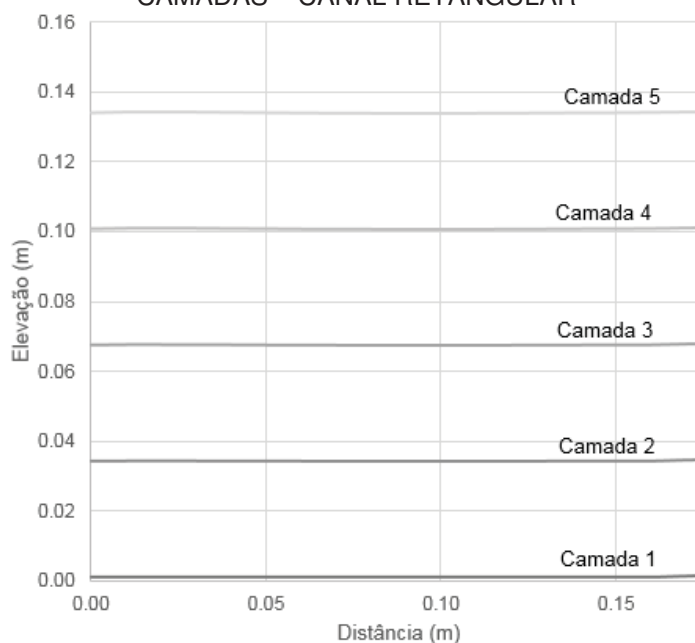
FIGURA 3.16 – VISÃO TRIDIMENSIONAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO MODELO HIDRÁULICO COMPUTACIONAL DO ESTUDO DE CASO – CANAL RETANGULAR



FONTE: O autor (2019)

A FIGURA 3.17 ilustra a distribuição das camadas do modelo (discretização vertical da malha) para uma simulação de 12 l/s com 5 camadas.

FIGURA 3.17 – DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA MALHA EM UMA SIMULAÇÃO DE 12 l/s COM 5 CAMADAS – CANAL RETANGULAR



FONTE: O autor (2019)

### Condições de contorno

A montante, a condição de contorno imposta é vazão e, a jusante, nível de água. Estes dados foram calculados a partir das Equações (2.6) e (2.7), resultando nos valores da TABELA 3.3.

TABELA 3.3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO – MODELO RETANGULAR

$b/h$ (-)	$Q$ (l/s)	$h$ (m)	$S$ (m/m)	$k_s$ (m)	$R_h$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$C$ (m <sup>1/2</sup> /s)
1,32	12,00	13,32	0,002	0,001	0,053	0,023	49,68
2,00	7,02	0,09	0,002	0,001	0,044	0,016	48,25
3,00	4,04	0,06	0,002	0,001	0,035	0,010	46,53
4,00	2,68	0,04	0,002	0,001	0,029	0,008	45,13

FONTE: O autor (2019)

### Parâmetros de simulação

Os parâmetros de simulação apresentados na da TABELA 3.1 foram os utilizados também para o modelo retangular.

#### 3.6.2.2 Condição de convergência

A condição de convergência correspondeu ao momento a partir do qual o perfil vertical de velocidades permaneceu estável em sua distribuição logarítmica. Consequentemente, a velocidade de corte também atinge valores estáveis.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 CANAL CIRCULAR

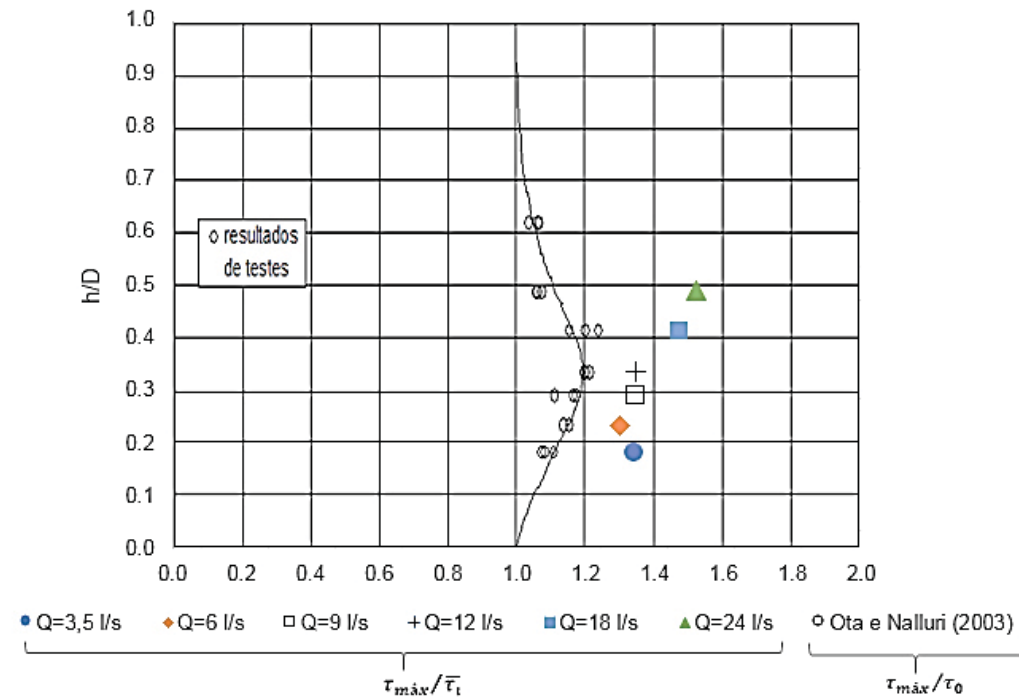
Utilizando o modelo numérico com as características detalhadas no item 3.4.2, foram realizadas simulações para as vazões de 6 l/s, 9 l/s, 12 l/s, 18 l/s e 24 l/s, para as condições bidimensional e tridimensional (5, 8 e 10 camadas).

#### 4.1.1 Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Ota e Nalluri (2003)

A FIGURA 4.1 apresenta um gráfico comparativo da relação  $\tau_{m\acute{a}x}/\tau_0$  (para os resultados de modelo físico de Ota e Nalluri (2003)) ou  $\tau_{m\acute{a}x}/\bar{\tau}_l$  (para os resultados de modelo numérico). Os valores de  $\tau_{m\acute{a}x}$  correspondem à tensão tangencial observada no fundo do canal, na região do eixo. Destes resultados, pode-se concluir que:

- Para todas as vazões estudadas, a relação  $\tau_{m\acute{a}x}/\bar{\tau}_l$  do modelo numérico resultou superior a  $\tau_{m\acute{a}x}/\tau_0$  do modelo físico;
- Não foi possível observar no modelo numérico um valor máximo para a relação de  $\tau_{m\acute{a}x}/\bar{\tau}_l$ . Para o modelo físico, a relação  $\tau_{m\acute{a}x}/\tau_0$  atinge seu valor máximo para  $h/D=1/3$ .

FIGURA 4.1 – COMPARAÇÃO ENTRE  $\tau_{m\acute{a}x}/\tau_0$  DO MODELO FÍSICO DE OTA E NALLURI (2003)  
E  $\tau_{m\acute{a}x}/\bar{\tau}_i$  DO MODELO NUMÉRICO

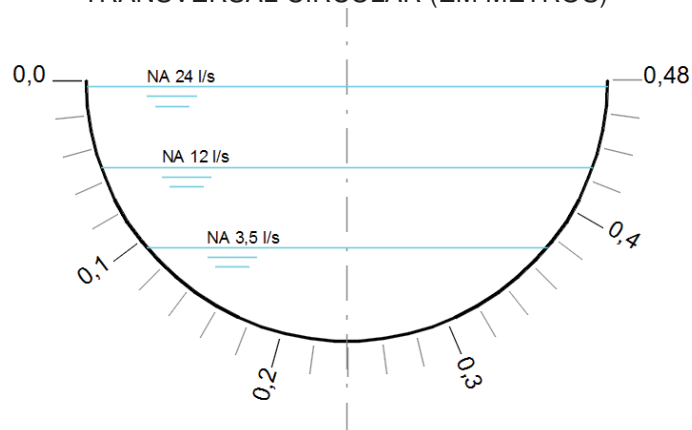


FONTE: O autor (2019)

#### 4.1.2 Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal

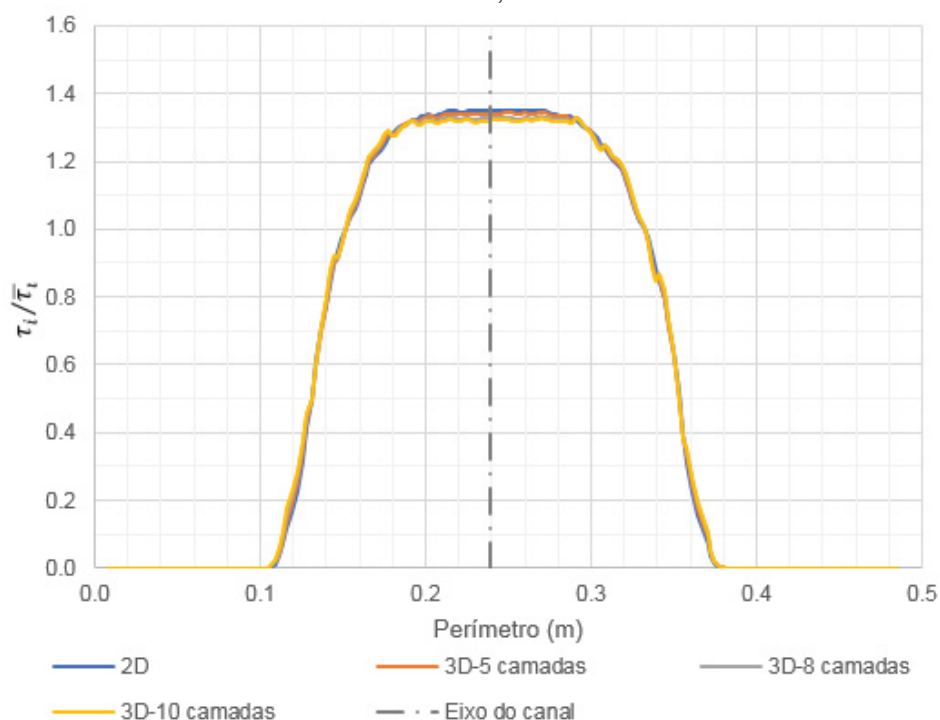
A FIGURA 4.3, FIGURA 4.4 e FIGURA 4.5 apresentam graficamente a distribuição da relação entre tensão tangencial localizada com relação ao valor médio ( $\tau_i/\bar{\tau}_i$ ) ao longo do perímetro do canal circular. A FIGURA 4.2 auxilia no entendimento da localização da posição no perímetro dos valores apresentados nos gráficos citados.

FIGURA 4.2 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR (EM METROS)



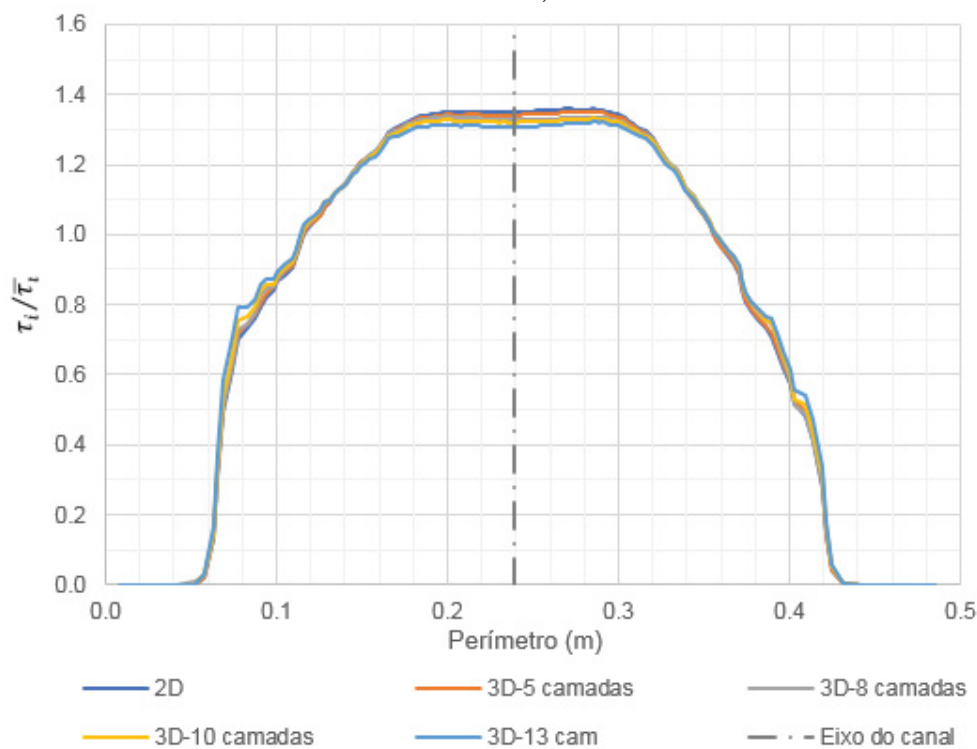
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.3 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO ( $\tau_i/\bar{\tau}_i$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 3,5 l/s



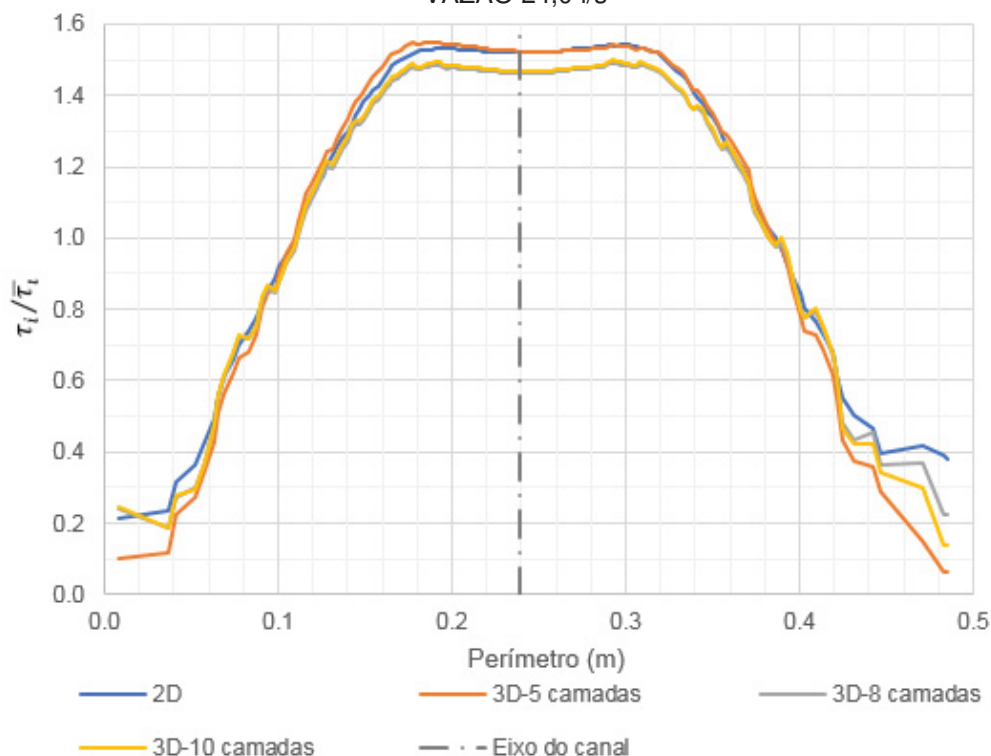
FONTE:O autor (2019)

FIGURA 4.4 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO ( $\tau_i/\bar{\tau}_i$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 12,0 l/s



FONTE:O autor (2019)

FIGURA 4.5 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO ( $\tau_i/\bar{\tau}_i$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL CIRCULAR – VAZÃO 24,0 l/s



FONTE:O autor (2019)

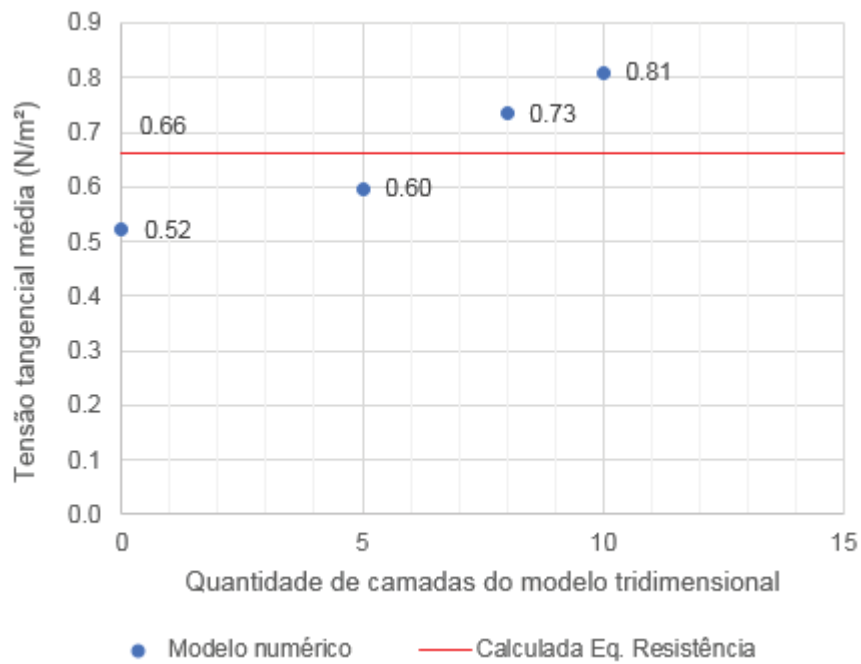
A partir destes gráficos, é possível concluir que:

- A tensão tangencial tende a zero nas proximidades da superfície livre;
- O valor da tensão tangencial máxima no fundo do canal não é verificado pontualmente, e sim aplicado a uma faixa de extensão próxima ao eixo do canal;
- Observa-se no gráfico da vazão de 24 l/s que o modelo conduz a resultados imprecisos na região próxima ao perímetro igual a zero e 0,5 m, ou seja, nas regiões onde a geometria é mais verticalizada.

#### 4.1.3 Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\bar{\tau}_i$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ )

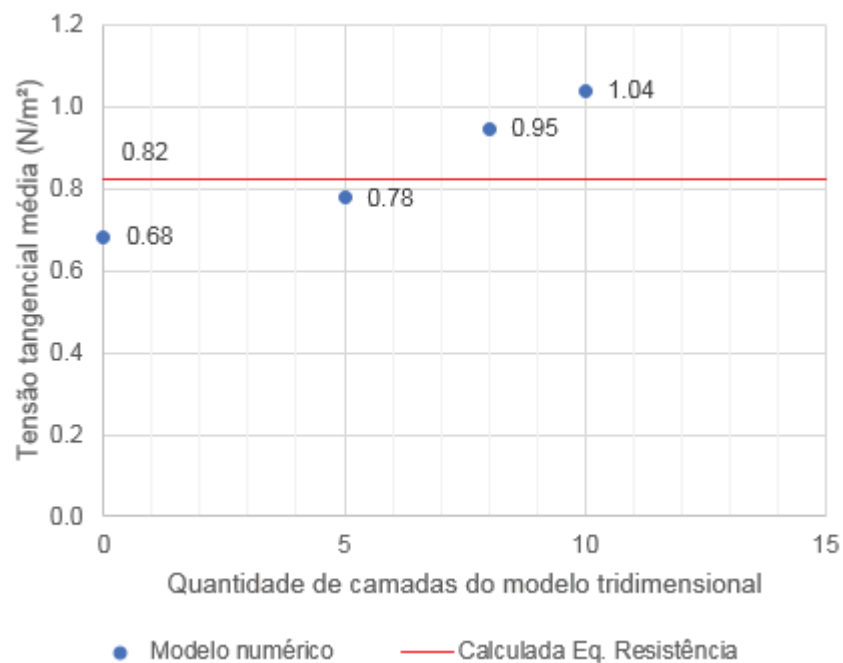
A FIGURA 4.6 até a FIGURA 4.11 apresentam resultados de tensões tangenciais referentes a simulações com diferentes discretizações de malha ao longo da profundidade (diferentes números de camadas).

FIGURA 4.6 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_t$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 3,5 l/s



FONTE: O autor (2019)

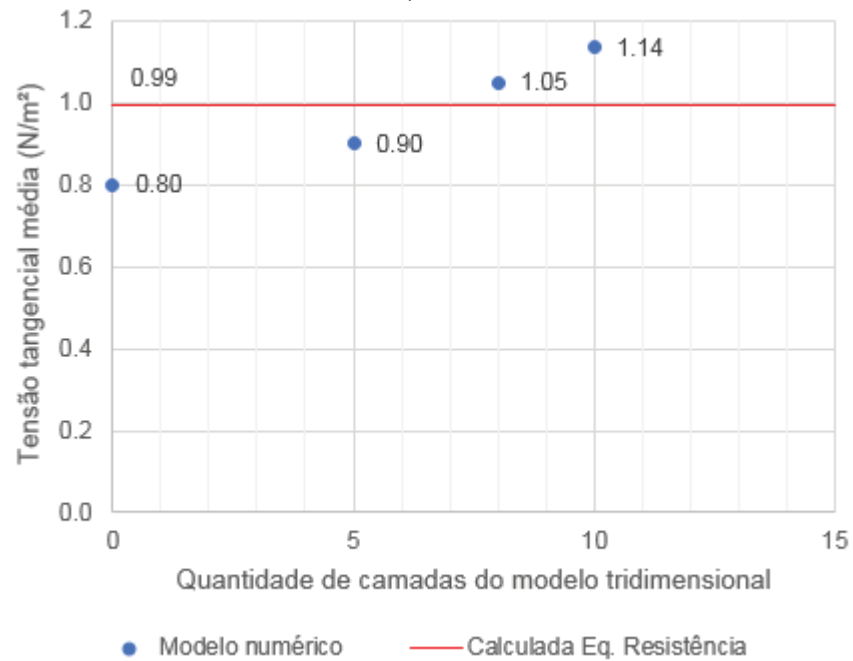
FIGURA 4.7 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_t$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 6,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

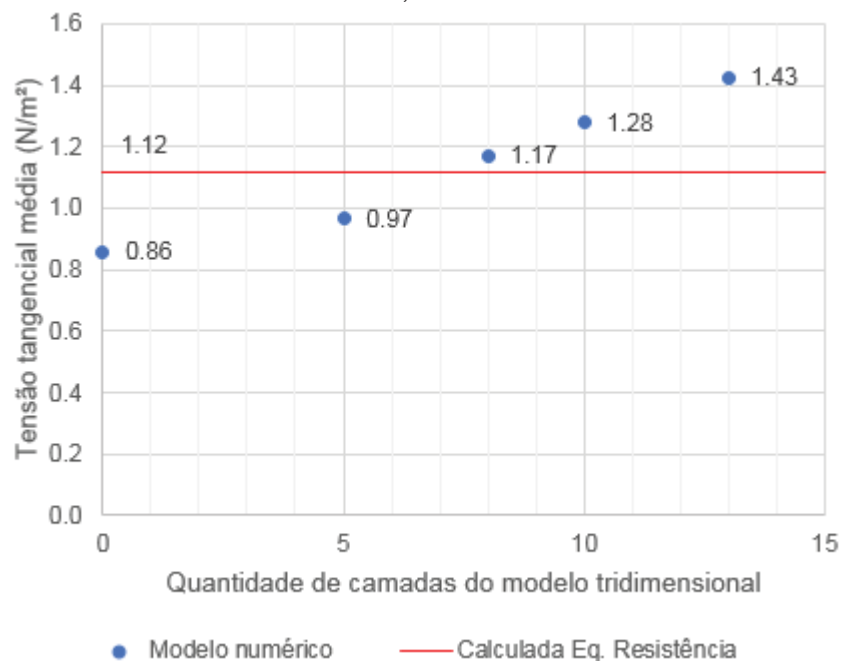


FIGURA 4.8 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 9,0 l/s



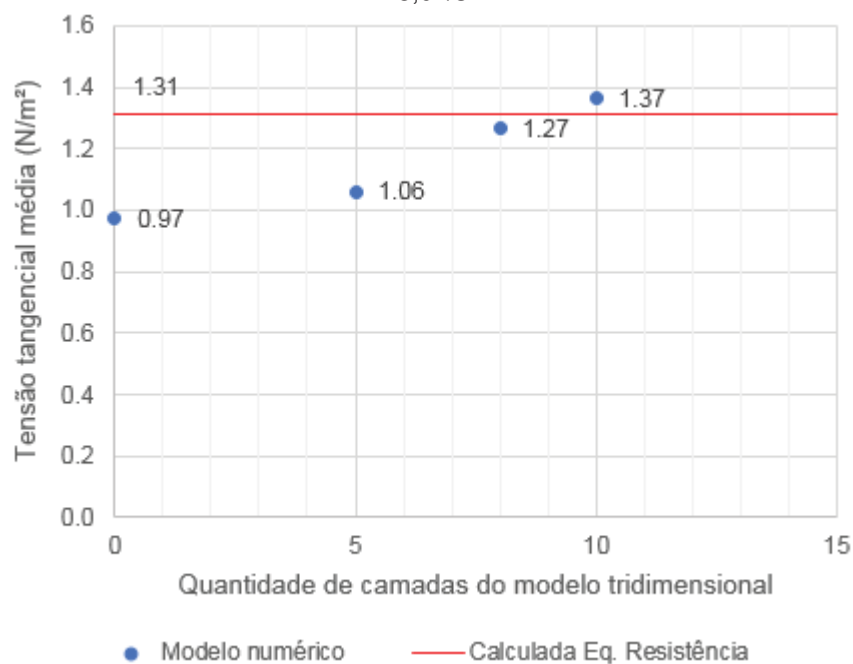
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.9 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 12,0 l/s



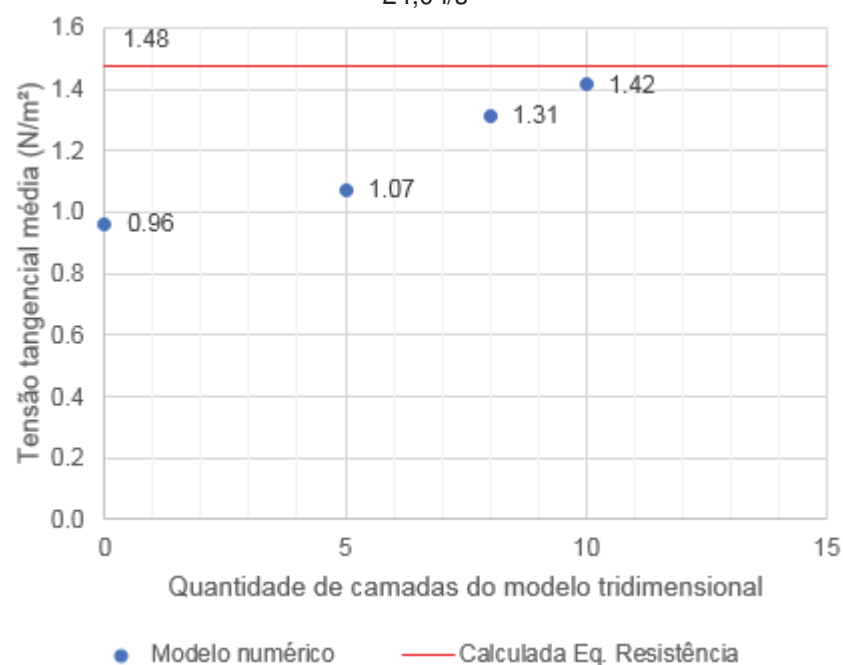
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.10 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 18,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.11 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL CIRCULAR 24,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

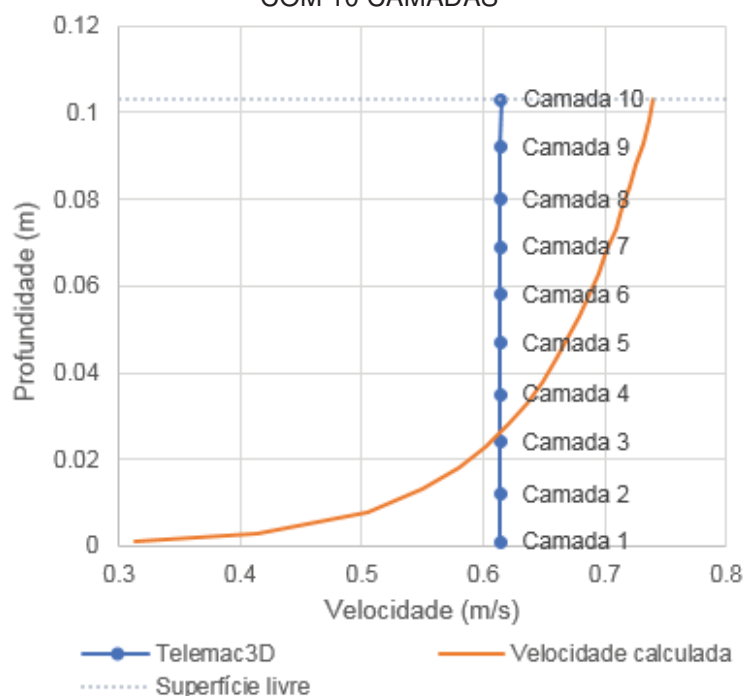
A partir dos gráficos apresentados, é possível perceber que quanto maior o número de camadas do modelo, maior o valor da tensão tangencial  $\bar{\tau}_l$ . Goll (2016), ao

elaborar um mapa de tensões tangenciais para estudo de formação de dunas utilizando Telemac3D, também constatou alteração no valor da tensão tangencial calculada pelo modelo numérico ao variar somente a discretização vertical da malha de elementos finitos.

#### 4.1.4 Discussões sobre os resultados do modelo de canal circular

Ao finalizar as simulações detalhadas nesta sessão sobre canal circular e compreender melhor a dinâmica de cálculo da velocidade de corte pelo Telemac3D, constatou-se que a condição de convergência do modelo para este estudo não atendeu às expectativas. Conforme descrito no item 3.4.2.2, a condição de convergência adotada foi a invariabilidade dos níveis de água ao longo do tempo. No entanto, ao analisar o perfil vertical de velocidades em um ponto qualquer do modelo, constatou-se que este era praticamente constante ao longo da profundidade, diferindo do perfil logarítmico que seria esperado. A FIGURA 4.12 ilustra o perfil de velocidades obtido para a simulação de 12 l/s com 10 camadas e o perfil de velocidades esperado, calculado a partir da Equação (2.55). A velocidade de corte utilizada na equação foi 0,0369 m/s, conforme a TABELA 2.1.

FIGURA 4.12 – PERFIL DE VELOCIDADES NO EIXO DO CANAL PARA A SIMULAÇÃO DE 12 l/s COM 10 CAMADAS



FONTE: O autor (2019)

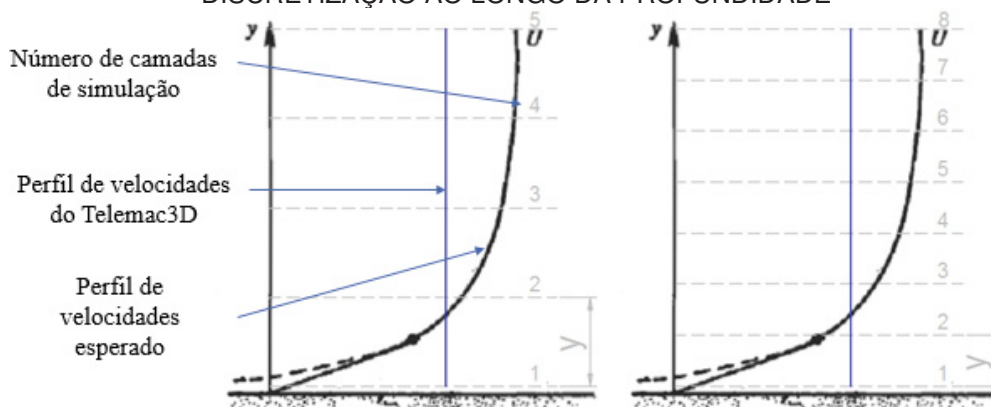
De modo geral, os seguintes fatores afetam o tempo necessário para atingir o perfil logarítmico de velocidades:

- Quantidade de nós na malha de elementos finitos;
- Devido à pequena distância entre o nós da malha (que se fez necessária dada a dificuldade de reprodução da seção circular, conforme item 3.4.2.3), o parâmetro  $\Delta t$  (distância de tempo entre iterações para resolução das equações do modelo) é pequeno. O embasamento teórico deste parâmetro é a condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), que indica que uma partícula de fluido não deve percorrer mais do que a distância entre os nós da malha no espaço de tempo de uma iteração do modelo (KUNDU e COHEN, 1990);
- Capacidade de processamento do computador.

Utilizando o canal retangular como referência, foram necessários 8 segundos em tempo de modelo para reproduzir o perfil logarítmico de velocidades em um modelo tridimensional com 5 camadas. Conforme apresentado em 3.4.2.2, para o modelo circular com a mesma discretização vertical foram necessárias 25 horas de simulação para reproduzir 0,055 segundo de modelo. Seguindo esta proporção, seriam necessários aproximadamente 151 dias de simulação para reproduzir 8 segundos de modelo, tornando inviável a avaliação das tensões tangenciais em canal circular com os recursos de tempo e processamento disponíveis para este trabalho.

No item 4.1.3, foram apresentados gráficos indicando valores de tensão tangencial cada vez maiores ao aumentar a discretização da malha ao longo da profundidade. A FIGURA 4.13 apresenta a justificativa para estes valores observados. Em simulação de, por exemplo, 5 camadas, tem-se um valor de  $y$  a ser aplicado na Equação (2.13). Como o perfil de velocidades logarítmico não foi atingido pelo modelo, ao utilizar a simulação de 5 camadas como condição inicial de outra com 8 camadas, aplica-se a mesma velocidade, porém o valor de  $y$  é reduzido. A redução de  $y$  para a mesma velocidade resulta em um valor de  $u_*$  superior, motivo pelo qual a tensão tangencial no fundo resultou crescente com o aumento das camadas de simulação.

FIGURA 4.13 – JUSTIFICATIVA PARA AUMENTO DA TENSÃO TANGENCIAL AO AUMENTAR A DISCRETIZAÇÃO AO LONGO DA PROFUNDIDADE



FONTE: Adaptado de Kundu e Cohen (1990)

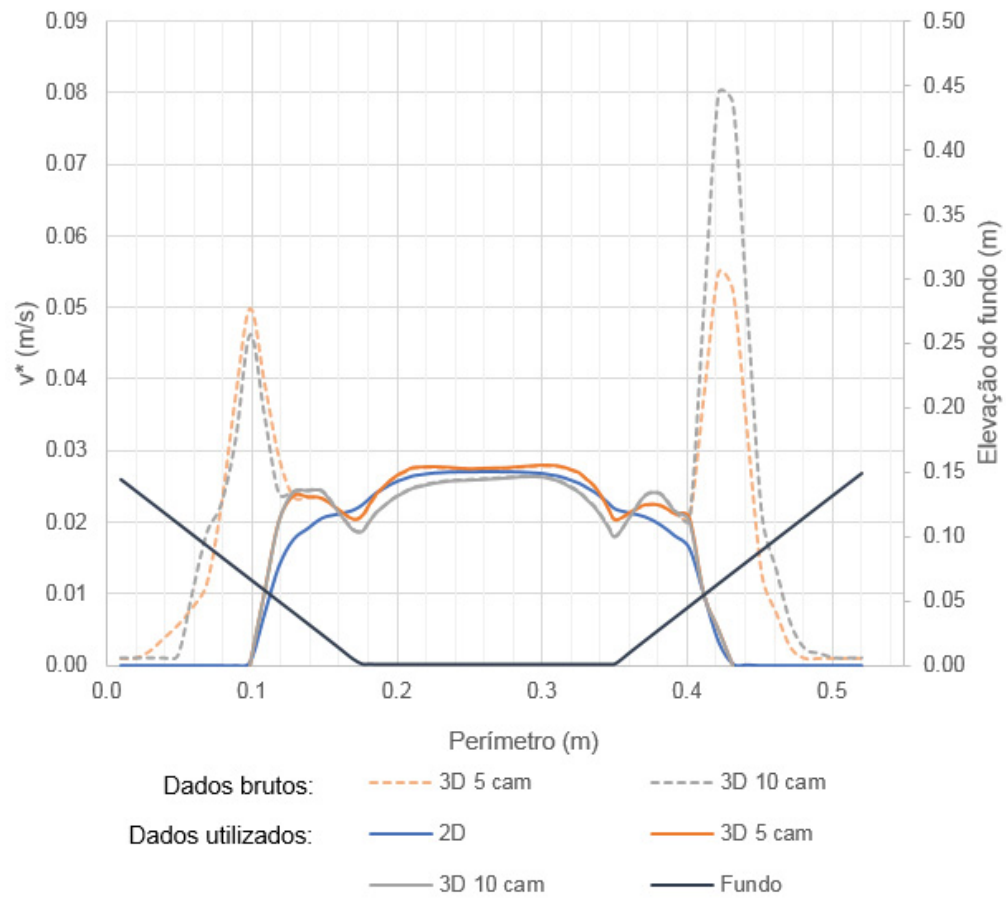
Outro ponto observado foi o de que, devido à necessidade de alta discretização da malha para representação da seção transversal, foi necessário reduzir o comprimento do canal. A partir da Equação (2.17), verifica-se que seriam necessários 15,25 m de comprimento para reproduzir o perfil de velocidades turbulento uniforme, resultando, portanto, insuficiente o comprimento de canal reproduzido no modelo numérico.

## 4.2 CANAL TRAPEZOIDAL

As simulações em canal trapezoidal resultaram em velocidades de corte relativamente estáveis no fundo do canal. Nos taludes, por outro lado, estes valores se mostraram instáveis nas simulações tridimensionais, principalmente na região próxima à superfície livre. A FIGURA 4.14 e a FIGURA 4.15 ilustram os resultados de velocidades de corte brutas (linhas tracejadas) obtidas do modelo numérico para as vazões de 5 l/s e 12 l/s, respectivamente.

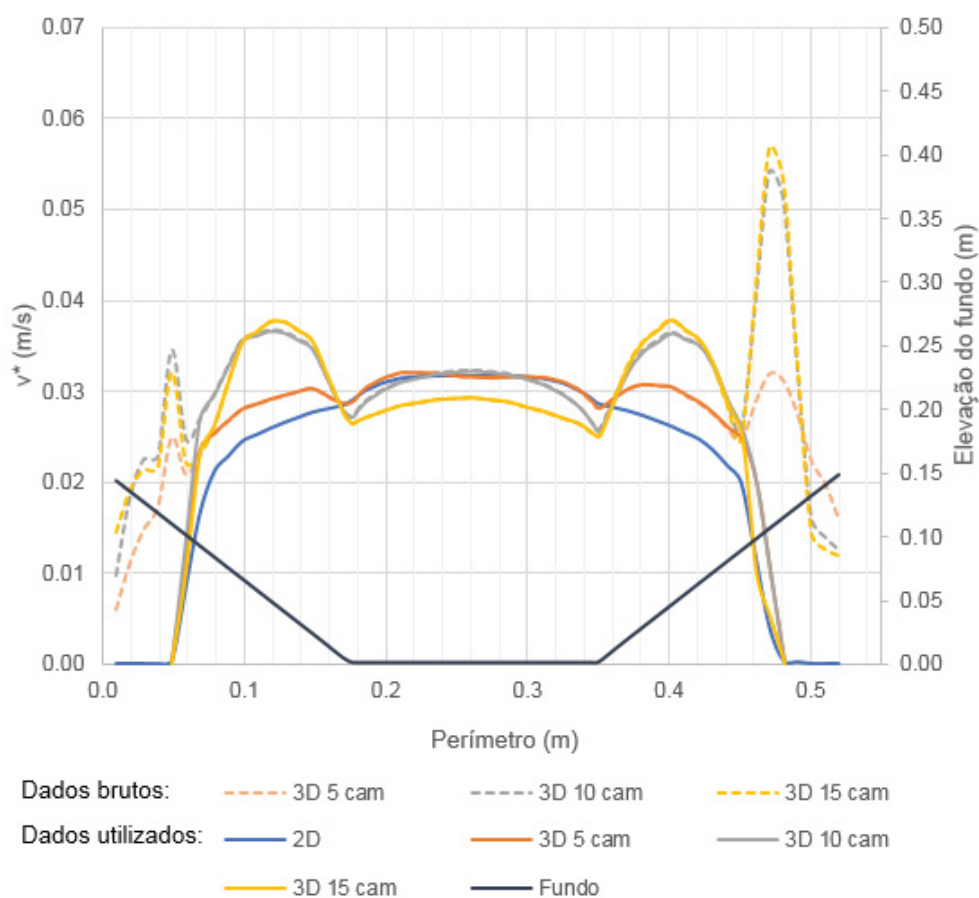
Buscando uma melhor análise dos resultados, optou-se por desconsiderar os resultados de velocidade de corte nas proximidades da região em que a superfície livre encontra o contorno do canal. As velocidades de corte efetivamente utilizadas neste estudo são apresentadas nas linhas cheias da FIGURA 4.14 e FIGURA 4.15.

FIGURA 4.14 – DISTRIBUIÇÃO DA VELOCIDADE DE CORTE NA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 5 l/s



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.15 – DISTRIBUIÇÃO DA VELOCIDADE DE CORTE NA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 12 l/s

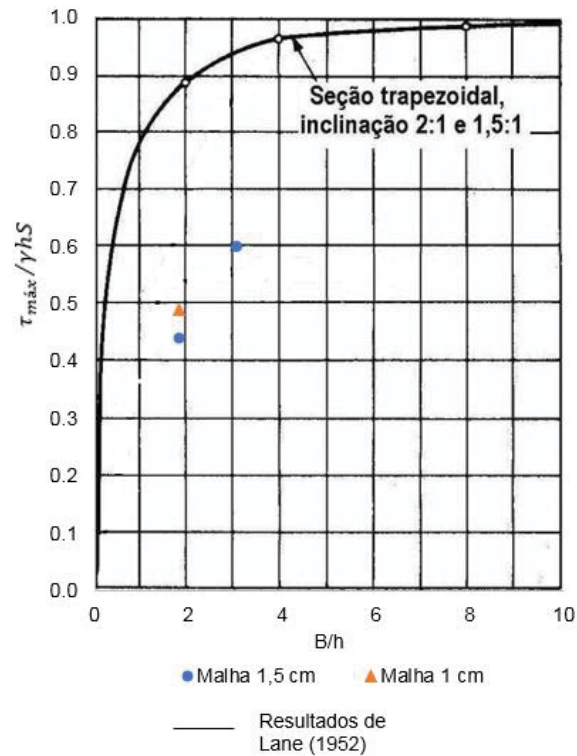


FONTE: O autor (2019)

#### 4.2.1 Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Lane (1952)

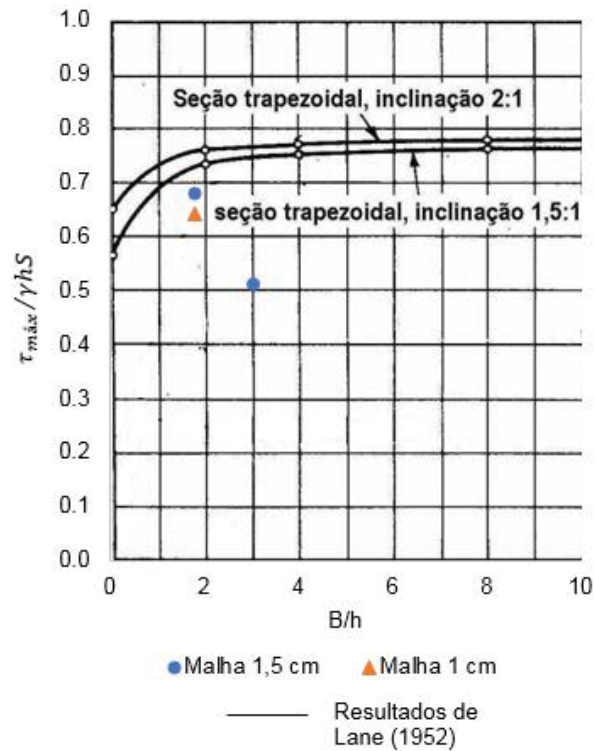
Lane (1952) apresentou seus resultados em um gráfico relacionando a tensão tangencial máxima ao valor de  $\gamma h S$ . A FIGURA 4.16 e a FIGURA 4.17 apresentam estes resultados juntamente com os obtidos no modelo numérico.

FIGURA 4.16 – COMPARAÇÃO ENTRE  $\tau_{m\acute{a}x}/\gamma h S$  DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL TRAPEZOIDAL - LEITO



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.17 – COMPARAÇÃO ENTRE  $\tau_{m\acute{a}x}/\gamma h S$  DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL TRAPEZOIDAL - PAREDES



FONTE: O autor (2019)



Os dados plotados na FIGURA 4.16 e FIGURA 4.17 foram calculados a partir das informações apresentadas na TABELA 4.1. Estes resultados foram retirados dos modelos tridimensionais com dez camadas.

TABELA 4.1 – RESULTADOS CANAL TRAPEZOIDAL

Malha	Vazão (m <sup>3</sup> /s)	h (m)	B/h -	Fundo				Lateral			
				$v_{*max}$ (m/s)	$\tau_{max}$ (N/m <sup>2</sup> )	$\gamma hS$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau_{m\acute{a}x}/\gamma hS$ -	$v_{*max}$ (m/s)	$\tau_{max}$ (N/m <sup>2</sup> )	$\gamma hS$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau_{m\acute{a}x}/\gamma hS$ -
1,5 cm	0,012	0,097	1,81	0,029	0,841	1,906	0,441	0,036	1,296	1,906	0,680
1,5 cm	0,005	0,058	3,06	0,026	0,676	1,130	0,598	0,024	0,576	1,130	0,510
1 cm	0,012	0,097	1,81	0,031	0,934	1,906	0,490	0,035	1,225	1,906	0,643

FONTE: O autor (2019)

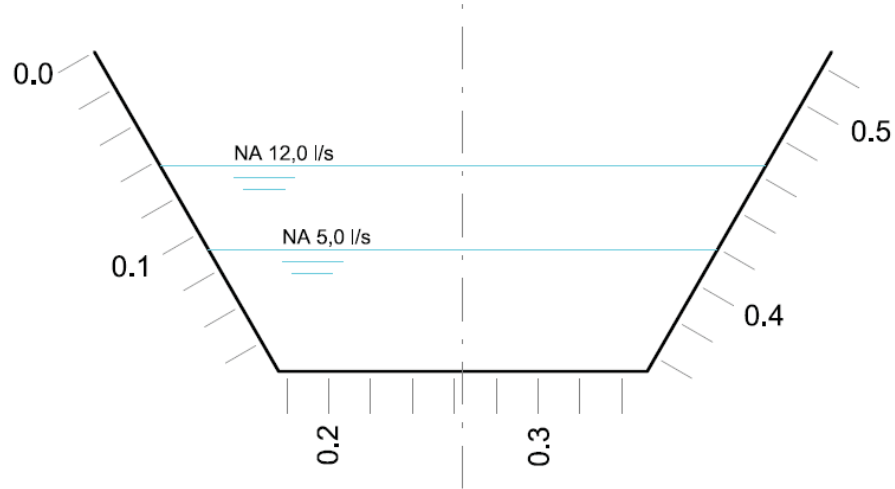
Destes resultados, é possível observar que:

- As tensões tangenciais do modelo numérico resultaram inferiores aos resultados de Lane (1952);
- Não houve significativa variação nos valores de tensão tangencial ao aumentar a discretização da malha de 1,5 cm para 1 cm.

#### 4.2.2 Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal

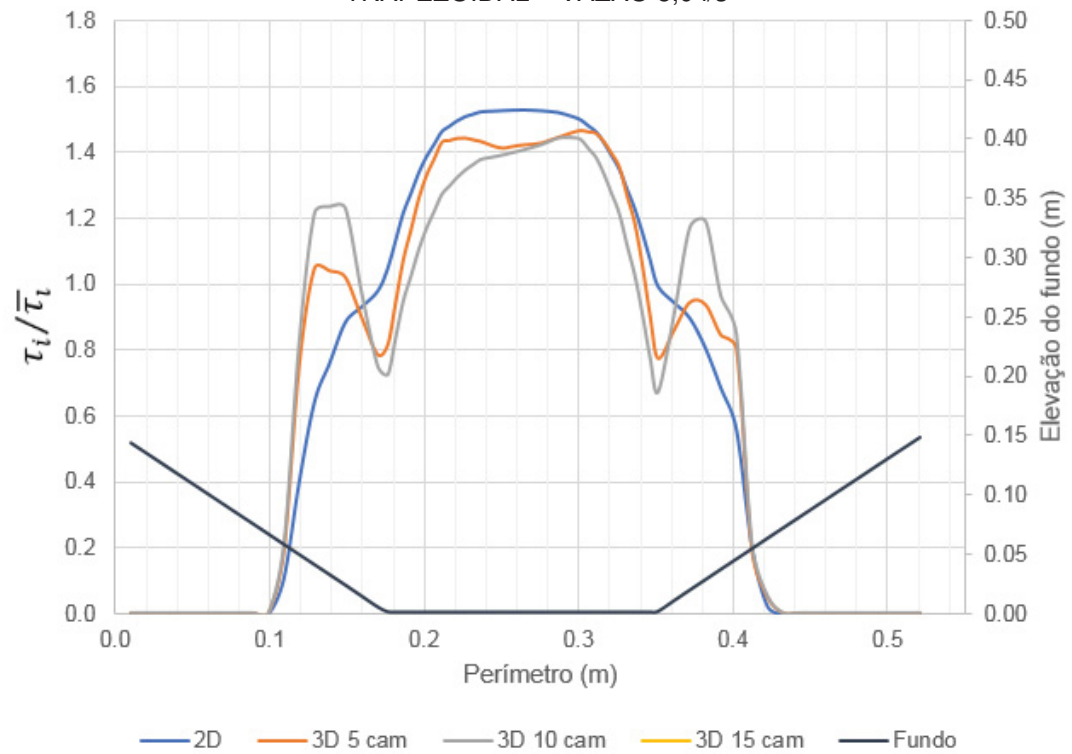
A FIGURA 4.19 e a FIGURA 4.20 ilustram a distribuição da relação entre tensão tangencial localizada com relação ao valor médio ( $\tau_i/\bar{\tau}_l$ ) ao longo do perímetro do canal trapezoidal. A FIGURA 4.18 auxilia no entendimento da localização dos pontos do perímetro do canal.

FIGURA 4.18 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL TRAPEZOIDAL (EM METROS)



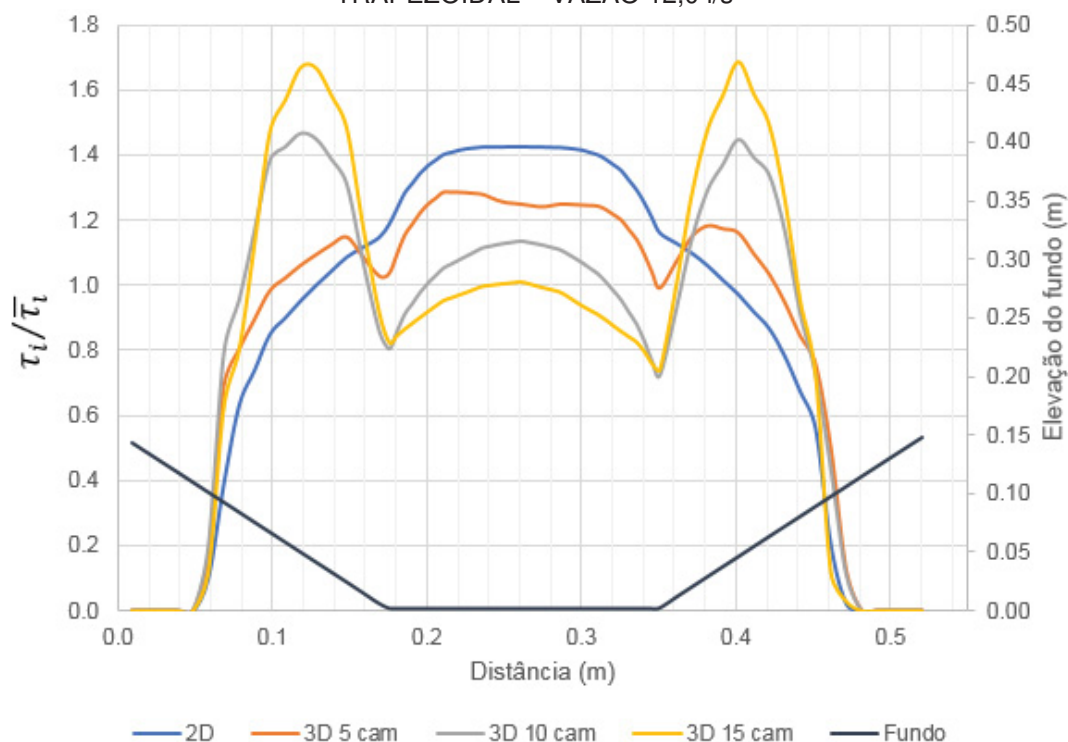
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.19 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO ( $\tau_i/\bar{\tau}_i$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 5,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.20 – DISTRIBUIÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA COM RELAÇÃO AO VALOR MÉDIO ( $\tau_i/\bar{\tau}_l$ ) AO LONGO DO PERÍMETRO DO CANAL TRAPEZOIDAL – VAZÃO 12,0 l/s



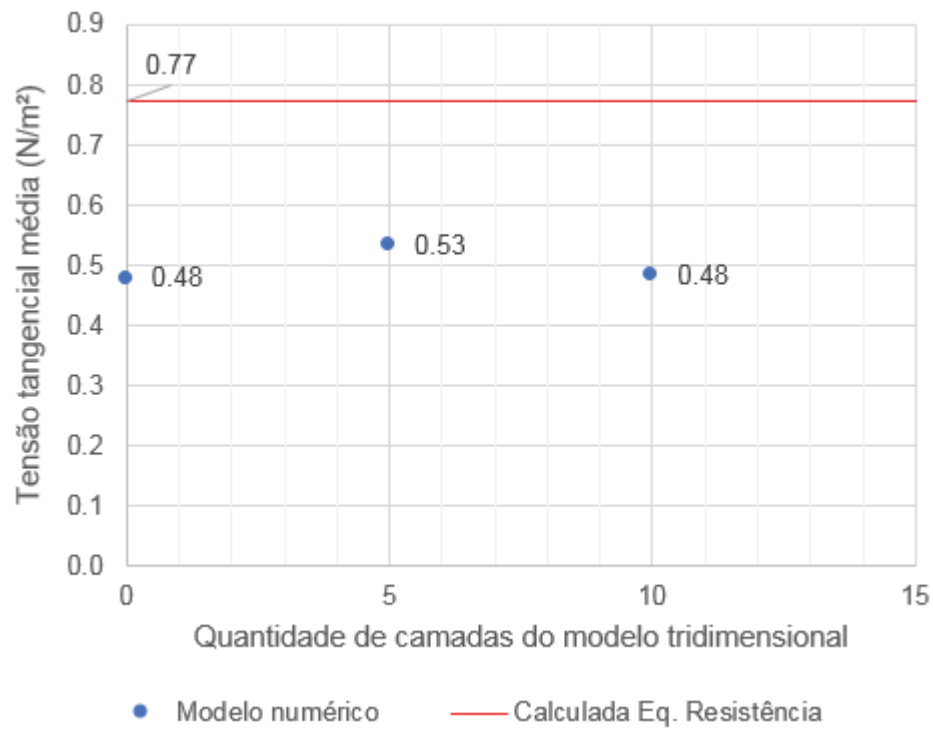
FONTE:O autor (2019)

A partir destes gráficos, é possível perceber que o modelo indicou uma redução da tensão tangencial nos vértices do canal trapezoidal, no entanto este valor é diferente de zero. A FIGURA 2.20, que apresenta a visualização de resultados de tensão tangencial do estudo de Lane (1952), indica valor nulo nos vértices da seção transversal.

#### 4.2.3 Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\bar{\tau}_l$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ )

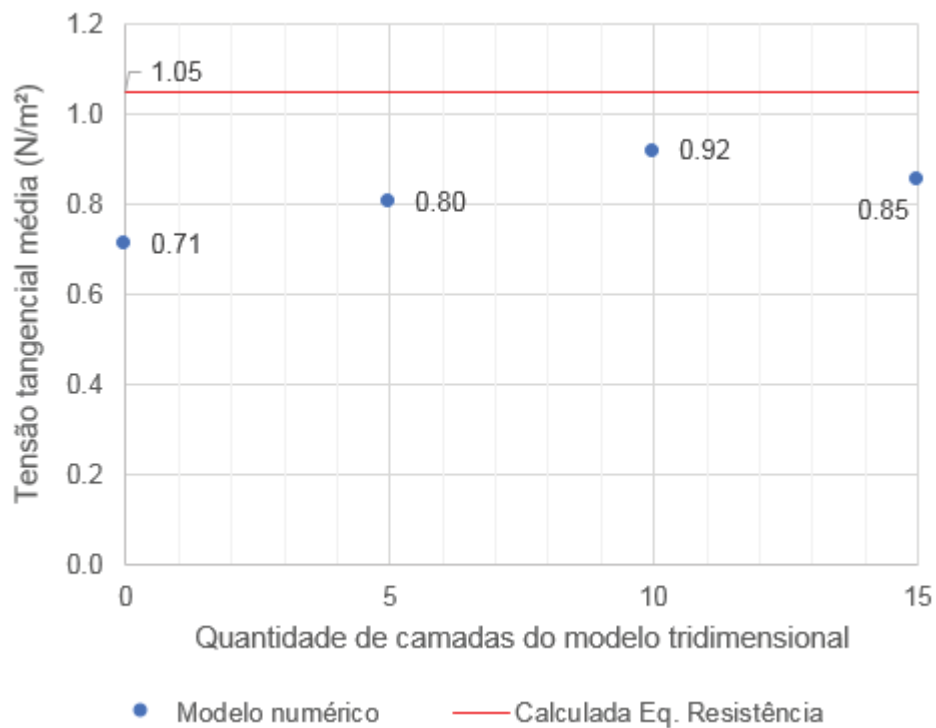
A FIGURA 4.21 e a FIGURA 4.22 apresentam resultados de tensões tangenciais referentes a simulações com diferentes discretizações de malha ao longo da profundidade (diferentes números de camadas).

FIGURA 4.21 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL TRAPEZOIDAL 5,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.22 – COMPARAÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL DO MODELO NUMÉRICO ( $\bar{\tau}_l$ ) COM A CALCULADA A PARTIR DA EQUAÇÃO GERAL DA RESISTÊNCIA ( $\tau_0$ ) – CANAL TRAPEZOIDAL 12,0 l/s



FONTE: O autor (2019)

Para as duas vazões estudadas, as tensões tangenciais calculadas pelo modelo numérico ( $\bar{\tau}_l$ ) resultaram inferiores ao valor médio obtido a partir da Equação Geral da Resistência. No entanto, os dados de modelo podem ter perdido precisão no processo detalhado no item 4.2, em que foi necessário desconsiderar parte dos valores de velocidade de corte calculados pelo modelo.

#### 4.2.4 Discussões sobre os resultados do modelo de canal trapezoidal

Os resultados obtidos do modelo de canal trapezoidal divergem dos observados por Lane (1952). Uma parcela desta divergência decorre do fato de que, naquele estudo, o autor utilizou analogia de membrana como premissa de distribuição de velocidades ao longo da profundidade, enquanto neste estudo, a consideração foi de distribuição logarítmica de velocidades. Outro fator que contribui para a imprecisão deste estudo é a incoerência e instabilidade das velocidades de corte calculadas pelo Telemac3D na região do contorno do canal próxima à superfície livre, nas simulações tridimensionais. Por este motivo, foi necessário descartar parte dos dados fornecidos pelo modelo numérico.

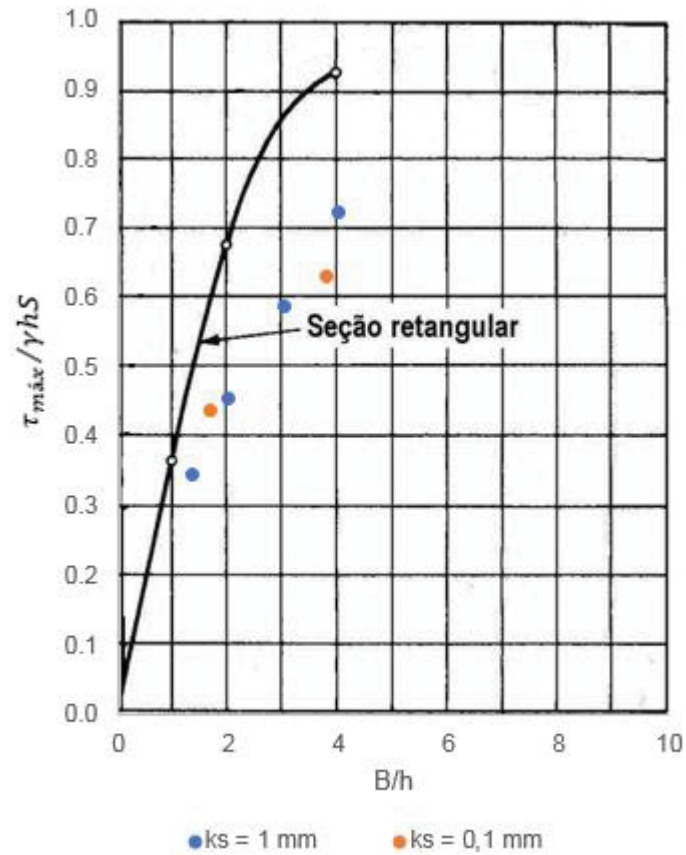
Por fim, de acordo com o que aponta a bibliografia, o comprimento de canal reproduzido no modelo numérico foi insuficiente, sendo necessários 15,25 m a partir da Equação (2.17), considerando tubo de diâmetro 0,305 m circunscrito à seção trapezoidal.

### 4.3 CANAL RETANGULAR

#### 4.3.1 Comparação das tensões tangenciais calculadas no modelo numérico e modelo físico de Lane (1952)

Os resultados de  $\tau_{m\acute{a}x}/\gamma hS$  no leito do modelo retangular são apresentados na FIGURA 4.23 juntamente com os resultados obtidos por Lane (1952). Ao utilizar o Telemac3D, a análise das tensões tangenciais na parede do canal retangular não é possível, pois estas informações estão restritas ao plano xy, impossibilitando a análise de resultados em uma parede vertical.

FIGURA 4.23 – COMPARAÇÃO ENTRE  $\tau_{m\acute{a}x}/\gamma h S$  DO MODELO FÍSICO DE LANE (1952) E DO MODELO NUMÉRICO – CANAL RETANGULAR - LEITO



FONTE: O autor (2019)

A TABELA 4.2 apresenta os dados plotados no gráfico acima e as informações a partir das quais foram obtidos. Estes resultados foram retirados das simulações tridimensionais com cinco camadas.

TABELA 4.2 – RESULTADOS CANAL RETANGULAR

$k_s$ (mm)	Vazão (m <sup>3</sup> /s)	h (m)	B/h -	Fundo			
				$v_{*max}$ (m/s)	$\tau_{max}$ (N/m <sup>2</sup> )	$\gamma h S$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau_{m\acute{a}x}/\gamma h S$ -
1	0,0120	0,133	1,32	0,030	0,900	2,614	0,344
1	0,0070	0,088	2,00	0,028	0,784	1,728	0,454
1	0,0040	0,059	3,00	0,026	0,676	1,152	0,587
1	0,0027	0,044	4,00	0,025	0,625	0,864	0,724
0,1	0,0120	0,105	1,68	0,030	0,900	2,053	0,438
0,1	0,0040	0,047	3,78	0,024	0,576	0,913	0,631

FONTE: O autor (2019)

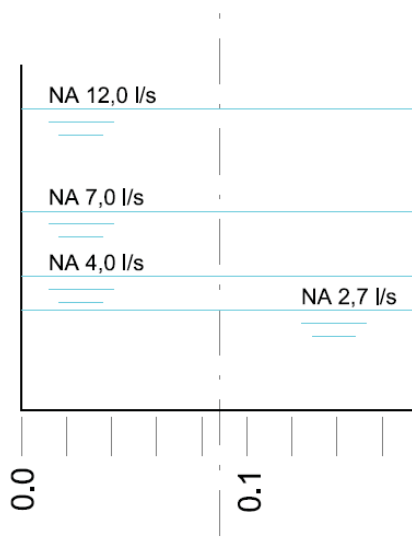
A partir destes resultados, é possível observar que:

- As tensões tangenciais do modelo numérico resultaram inferiores aos resultados de Lane (1952);
- A mudança de rugosidade de 1 mm para 0,1 mm não refletiu em significativa variação nos valores de tensão tangencial.

#### 4.3.2 Análise do comportamento das tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado do canal

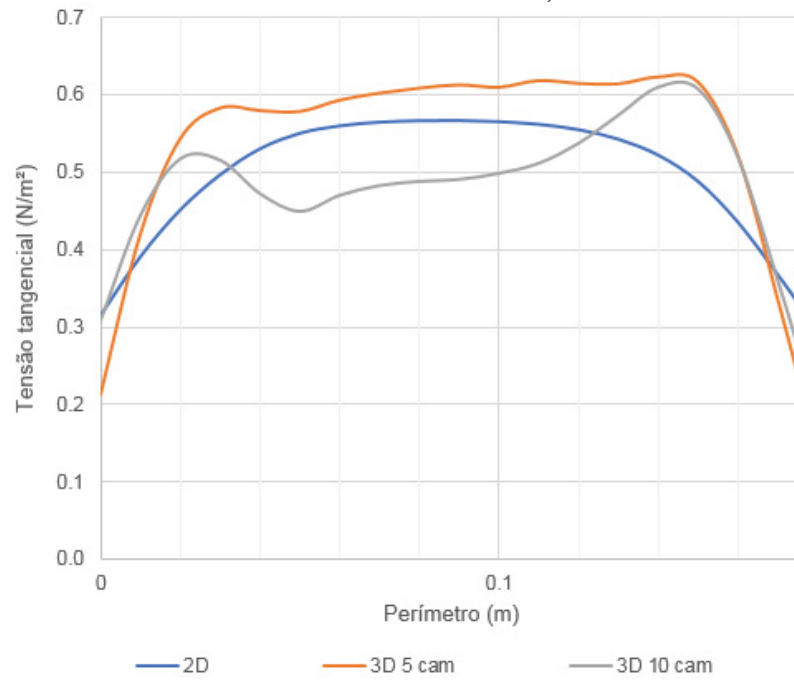
Para o canal retangular, não é possível realizar o cálculo da tensão tangencial média de modelo ( $\bar{\tau}_l$ ) pois não é possível extrair informações acerca da parcela de tensão aplicada pela parede vertical. Por este motivo, a apresentação da distribuição de tensões tangenciais no leito do canal não foi adimensionalizada. A FIGURA 2.28, FIGURA 2.29 e FIGURA 2.30 apresentam os valores de tensão tangencial ao longo do leito do canal retangular. A FIGURA 4.24 auxilia no entendimento da localização dos pontos do perímetro do canal, sendo que os níveis de água representados correspondem à rugosidade de 1 mm.

FIGURA 4.24 – MARCAÇÃO DO DISTANCIAMENTO DO PERÍMETRO DA SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR (EM METROS)



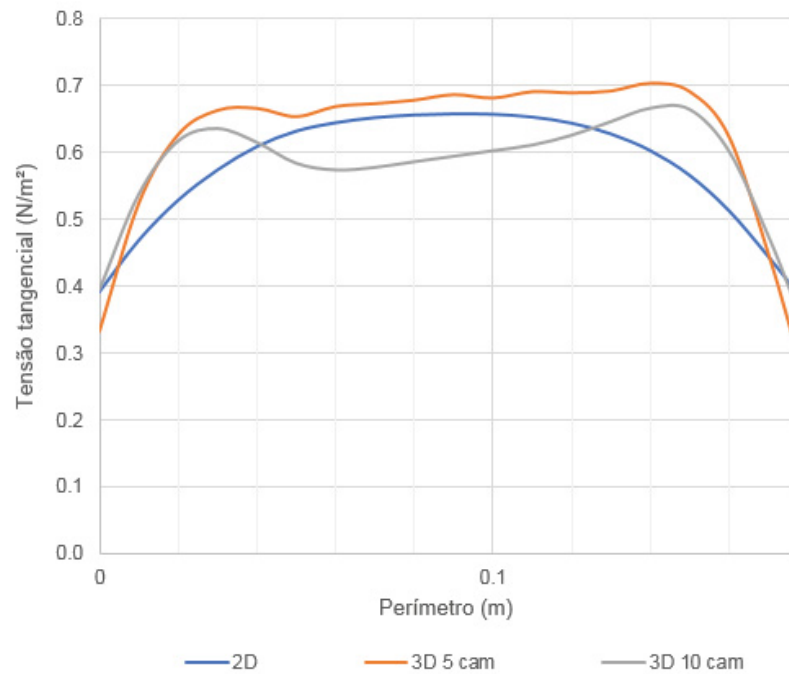
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 4.25 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $\tau_i$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 2,7 l/s



FONTE:O autor (2019)

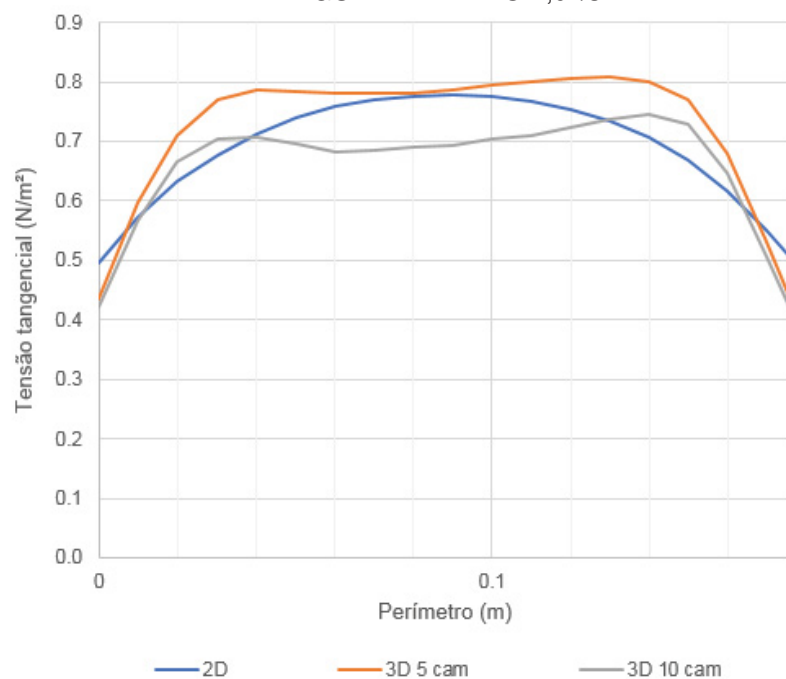
FIGURA 4.26 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $\tau_i$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 4,0 l/s



FONTE:O autor (2019)

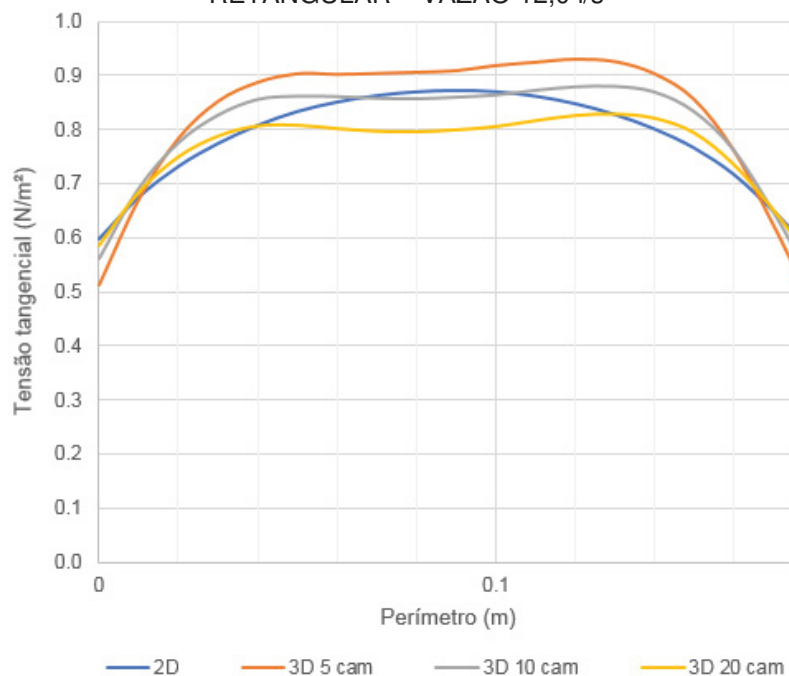


FIGURA 4.27 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $\tau_i$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 7,0 l/s



FONTE:O autor (2019)

FIGURA 4.28 – TENSÃO TANGENCIAL LOCALIZADA ( $\tau_i$ ) AO LONGO DO LEITO DO CANAL RETANGULAR – VAZÃO 12,0 l/s



FONTE:O autor (2019)

As simulações tridimensionais indicam maiores tensões tangenciais na região do fundo do canal entre 0,06 m e 0,12 m, conforme escala indicada na FIGURA 4.24.

#### 4.3.3 Comparação da tensão tangencial média do modelo numérico ( $\bar{\tau}_l$ ) com o valor calculado a partir da Equação Geral da Resistência ( $\tau_0$ )

Esta análise restou prejudicada devido ao fato da impossibilidade em calcular o valor da tensão tangencial média do modelo numérico referente à seção transversal retangular.

#### 4.3.4 Discussões sobre os resultados do modelo de canal retangular

Os resultados observados no canal retangular resultaram inferiores aos observados por Lane (1952). Da mesma maneira que o canal trapezoidal, uma das possíveis causas para esta divergência decorre do fato de o autor ter utilizado analogia de membrana como premissa de distribuição de velocidades, enquanto que neste estudo utilizou-se distribuição logarítmica.

Quanto ao comprimento de canal modelado, seriam necessários 8,8 m para reproduzir o perfil de velocidades turbulento, utilizando a Equação (2.17) (considerando círculo de diâmetro 17,6 cm circunscrito à seção retangular).

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A motivação deste trabalho foi compreender a distribuição de tensões tangenciais ao longo do perímetro molhado de escoamentos permanentes e uniformes em canais. A importância deste tema está relacionada ao estudo de transporte de sedimentos, cuja principal premissa é o valor da tensão tangencial em condição limite de deposição. Deste modo, a aplicabilidade dos resultados obtidos neste trabalho é global.

No item 2.3 deste trabalho, foram listados alguns dos trabalhos historicamente realizados acerca deste tema, indicando a dificuldade na realização das medições pontuais de tensão tangencial em modelos físicos. Estudos mais recentes apontam uma tendência em optar por modelagem numérica para avaliação de tensões tangenciais, pois há facilidade em obter resultados em qualquer ponto do modelo.

O escopo inicial do trabalho era o Estudo de Caso referente ao canal circular. As simulações iniciais reproduziam os 23 metros de comprimento de canal de Ota e Nalluri (2003). No entanto, verificou-se que os níveis de água resultaram incompatíveis com a condição de escoamento uniforme. Após a simulação das diversas condições apresentadas no item 3.4.2.3, a conclusão foi a de que a representação adequada da seção transversal circular de 0,305 m de diâmetro necessitaria de uma malha com nós distanciados em apenas 2 mm. Esta alta densidade de elementos na malha inviabilizou a modelagem de uma grande extensão de canal, restando o comprimento de dois metros reproduzido neste trabalho insuficiente para a formação do perfil de velocidades para escoamento turbulento uniforme, de acordo com a Equação (2.17). Outra limitação decorrente da grande quantidade de elementos da malha foi a inviabilidade de simulação do perfil de velocidades logarítmico, que demandaria tempo de simulação incompatível com os recursos disponíveis para esta pesquisa. Para o tema em estudo, a correta reprodução das velocidades ao longo da profundidade é de extrema importância, dada a formulação aplicada pelo Telemac3D para cálculo das velocidades de corte (Equação (2.13)). Embora qualitativamente o modelo numérico tenha confirmado que as tensões tangenciais no leito superam o valor médio na região do eixo, conclusões mais precisas não puderam ser obtidas, dadas as limitações de tempo e recursos computacionais aplicáveis a esta pesquisa.

Devido aos obstáculos percebidos durante a pesquisa referente ao modelo circular, o escopo inicial deste estudo foi ampliado, abrangendo também canais trapezoidais e retangulares, comparando estes resultados aos do estudo de Lane (1952).

Os resultados de tensão tangencial no leito obtidos do modelo de canal trapezoidal e retangular resultaram inferiores aos apresentados por Lane (1952). Parte da divergência decorre do fato de que Lane (1952) utilizou distribuição de velocidades de acordo com a analogia de membrana, enquanto que neste estudo a abordagem foi a de distribuição logarítmica de velocidades.

Um fato observado nas simulações com seção trapezoidal foi a de que os resultados de velocidade de corte nos taludes do canal mostraram-se imprecisos e incoerentes. Imprecisos dada a grande variabilidade de resultados entre nós vizinhos; e incoerentes por apresentarem resultados de velocidade de corte na região seca do modelo. Por este motivo, foi necessário selecionar os dados que seriam utilizados para o estudo. Esta seleção possivelmente afetou a comparação entre tensão tangencial média de modelo e a obtida a partir da Equação Geral da Resistência.

Os gráficos de distribuição das tensões tangenciais ao longo do perímetro do canal trapezoidal indicam uma redução desses valores nos vértices, sendo, entretanto, diferente de zero, como também foi observado no estudo de Das et al. (2017). De acordo com Lane (1952), este valor seria nulo. Uma verificação poderia ser reproduzida em modelo hidráulico reduzido, investigando a velocidade no vértice de um canal trapezoidal e se há arraste de sedimentos depositados nestas regiões.

Quanto ao canal retangular, as simulações tridimensionais indicaram maiores tensões tangenciais na região próxima ao eixo do canal. A comparação da tensão tangencial média de modelo com a obtida a partir da Equação Geral da Resistência não pôde ser realizada devido à impossibilidade da extração de resultados de velocidade de corte na parede do canal.

De maneira geral, as simulações tridimensionais proporcionaram resultados variáveis de acordo com o número de camadas de simulação, gerando incertezas quanto ao resultado a ser considerado.

Uma indicação para pesquisa futura seria a modelagem destes canais em supercomputador, cuja capacidade de processamento permitisse reproduzir uma extensão maior de canal (preferencialmente a extensão total de 23 m de Ota e Nalluri (2003)), possivelmente utilizando outro software CFD, que pudesse fornecer

resultados mais consistentes, que pudessem atingir uma situação de independência da discretização da malha de elementos finitos.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO NETTO, J. M. et al. **Manual de hidráulica**. 8<sup>a</sup>. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1998.

BERLAMONT, E.; TROUW, K.; LUYCKX, G. Shear Stress Distribution in partially filled Pipes. **Journal of Hydraulic Engineering ASCE**, 2003.

BERLAMONT, J. E.; TROUW, K.; LUYCKX, G. Shear Stress Distribution in partially filled Pipes and its Effect on the Modeling of Sediment Transport in Storm Drains. **Journal of Water Resources ASCE**, Leuven, 2000.

BOGAARD, T. **Modelling the anisotropy of turbulence with the SWASH model**. Delft University of Technology, Civil Engineering & Geosciences, 2012.

BUFFIN-BÉLANGER, T. **Classics in physical geography revisited**: Leighly, J. B. 1932. Toward a theory of the morphologic significance of turbulence in the flow of water streams. SAGE journals, 2010.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, M. **Mecânica de Fluidos - Fundamentos y Aplicaciones**. McGraw-Hill, 2006.

CHOW, V. T. **Open-Channel Hydraulics**. McGraw-Hill, 1959.

DAS, B. S.; KHATUA, K. K.; DEVI, K. Numerical solution of depth-averaged velocity and boundary shear stress distribution in converging compound channels. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 42, n. 3, p. 1305-1319, Março 2017.

DAVIDSON, L. **An Introduction to Turbulence Models**. Göteborg, Sweden: Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, 2017.

EDF R&D. **Telemac Modelling System - Telemac 2D Software User Manual - Release 7.0**, 2014.

EDF R&D. **Telemac Modelling System - Telemac 3D Software - Release 7.1 - Operation Manual**. EDF R&D, 2016.

ENGER, P. F. **Tractive force fluctuations around an open channel perimeter as determined from point velocity measurements**. ASCE. Phoenix, 1961.

GERHARDT, E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

GIBSON, A. H. **On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel**. Series A. ed. : Royal Society London, v. 82, pag. 149-159, 1909.

GOLL, A. **3D Numerical Modelling of Dune Formation and Dynamics in Inland Waterways**. Paris: Université Paris-Est, 2016.

GRAF, W. H. **Hydraulics of Sediment Transport**. Littleton, Colorado: Water Resources Publications, 1984.

HEINRICH, S. M. Membrane analogy for Saint-Venant torsion: new results. **Journal of Engineering Mechanics ASCE**, 1996.

HENDERSON, F. M. **Open Channel Flow**. New York: MacMillan, 1966.

INOUE, F. K. **Modelagem Matemática em Obras Hidráulicas**. Curitiba: Dissertação de mestrado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental UFPR, 2005.

IPPEN, A. T.; DRINKER, P. A. **Boundary shear stresses in curved trapezoidal channels**. : Massachusetts Institute of Technology , 1961.

KLEIJWEGT, R. A. **On sediment transport in circular sewers with non-cohesive deposits. PhD dissertation**. The Netherlands.: TUDelft, 1992.

KNIGHT, D. W. et al. **Practical Channel Hydraulics: Roughness Conveyance and Afflux**. 2ª. ed. Londres: Taylor & Francis Group, 2018.

KNIGHT, D. W.; STERLING, M. Boundary shear in circular pipes running partially full. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2000.

KUNDU, P. K.; COHEN, I. M. **Fluid Mechanics**. 2ª ed.: Elsevier Science, 1990.

LANE, E. W. **Progress report on results of studies on the design of stable channels of the The United States Bureau of Reclamation**. Laboratory report No HYD-352, 1952.

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

OTA, J. J. **Effect of Particle Size and Gradation on Sediment Transport in Storm Sewers**. University of Newcastle Upon Tyne. Newcastle Upon Tyne, 1999.

OTA, J. J.; NALLURI, C. **Tensões tangenciais em leitos de canais de seção circular**. Curitiba, Paraná, Brazil.: Anais do XV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2003.

OTA, J. J.; NALLURI, C.; COELHO, P. P. Sediment Problems in Sewers Beyond Self-Cleansing Threshold Criterion., In Anais do International conference on sewer operation and maintenance SOM, 2002.

PATEL, V. C. **Calibration of the preston tube and limitations on its use in pressure gradients**. Engineering Laboratory, Cambrige University, 1965.

PRESTON, J. H. The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubes. **Journal of Royal Aeronautical Society**, 1954.

REPLOGLE, A.; CHOW, V. T. **Tractive-force distribution in open channels.** : Journal of Hydraulics Division Proceeding of the American Society of Civil Engineers, 1966.

RÖSLER, M. **The Smagorinsky turbulence model.** Berlin: Freie Universität Berlin, 2015.

ROUSE, H. **Elementary Mechanics of Fluids.** Nova Iorque, 1946.

TORFS, H. **Erosion of Mud/sand Mixtures.** Leuven, Bélgica, 1995.

UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE. **Abstracts of recent published material on Soil and Water Conservation Number 35,** 1965.

VENNARD, J. K. **Elementary Fluid Mechanics.** 4<sup>a</sup>. ed., 1961.

VIANNA, C. T. **Classificação das Pesquisas Científicas,** 2013. Disponível em: <<https://pt.slideshare.net/cleversontabajara1/metodologia-cientifica-tipos-de-pesquisa-ultimate>>. Acesso em: 02 abril 2019.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD.** 3rd Edition. ed. San Diego: DWC Industries, Inc., 2006.

YEN, B. C. Open Channel Flow Resistance. **Journal of Hydraulic Engineering** , v. 128(1), p. 20-39, 2002.



## APÊNDICE 1 – CÁLCULO DE TENSÃO TANGENCIAL MÉDIA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS NO MODELO NUMÉRICO

Os valores de velocidade de corte ( $v_*$ ) são extraídos diretamente do modelo matemático. A partir deste valor, as tensões tangenciais são calculadas a partir da Equação (2.8). Os cálculos de tensão tangencial média em uma seção transversal foram realizados utilizando-se a Equação (2.54). A distância entre os pontos de extração de resultados é de 0,002 m no plano xy (em planta). No plano yz (seção transversal), a distância entre os pontos ( $\Delta L_i$ ) foi calculada a partir da fórmula da distância geométrica entre dois pontos ( $L_i = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$ ). Considerou-se perímetro molhado a soma da coluna  $\Delta L_i$  cuja profundidade do escoamento fosse maior do que zero (de forma a desprezar a extensão de perímetro seco).

### Simulação bidimensional – vazão 12 l/s

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v_*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i / \tau_e$
0,00	0,15	0,000	0,000	0,000			
0,00	0,15	0,000	0,000	0,000	0,008	0,000	0,000
0,00	0,12	0,000	0,000	0,000	0,029	0,000	0,000
0,01	0,11	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,001
0,01	0,10	0,002	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,01	0,10	0,007	0,004	0,019	0,005	0,000	0,022
0,01	0,09	0,012	0,011	0,115	0,005	0,000	0,134
0,01	0,09	0,013	0,016	0,262	0,002	0,000	0,305
0,02	0,09	0,016	0,021	0,422	0,003	0,001	0,491
0,02	0,08	0,021	0,023	0,529	0,006	0,003	0,616
0,02	0,08	0,025	0,025	0,602	0,004	0,002	0,701
0,02	0,08	0,029	0,025	0,629	0,005	0,003	0,732
0,02	0,07	0,032	0,026	0,652	0,003	0,002	0,759
0,03	0,07	0,036	0,026	0,680	0,004	0,003	0,792
0,03	0,07	0,039	0,027	0,705	0,003	0,002	0,821
0,03	0,06	0,041	0,027	0,722	0,004	0,003	0,841
0,03	0,06	0,043	0,027	0,743	0,003	0,002	0,865
0,03	0,06	0,047	0,028	0,761	0,004	0,003	0,886
0,04	0,05	0,051	0,028	0,778	0,004	0,003	0,906
0,04	0,05	0,052	0,028	0,804	0,003	0,002	0,936
0,04	0,05	0,053	0,029	0,835	0,002	0,002	0,971
0,04	0,05	0,054	0,029	0,861	0,002	0,002	1,002
0,04	0,05	0,056	0,030	0,879	0,003	0,003	1,023
0,05	0,05	0,059	0,030	0,891	0,004	0,003	1,038

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,05	0,04	0,062	0,030	0,906	0,003	0,003	1,055
0,05	0,04	0,063	0,030	0,925	0,002	0,002	1,077
0,05	0,04	0,065	0,031	0,940	0,003	0,003	1,095
0,05	0,04	0,066	0,031	0,956	0,002	0,002	1,112
0,06	0,04	0,068	0,031	0,969	0,003	0,003	1,128
0,06	0,03	0,071	0,031	0,981	0,003	0,003	1,142
0,06	0,03	0,073	0,032	0,994	0,003	0,003	1,157
0,06	0,03	0,074	0,032	1,009	0,002	0,002	1,175
0,06	0,03	0,075	0,032	1,022	0,002	0,002	1,190
0,07	0,03	0,075	0,032	1,035	0,002	0,002	1,204
0,07	0,03	0,077	0,032	1,046	0,003	0,003	1,217
0,07	0,03	0,079	0,032	1,054	0,003	0,003	1,227
0,07	0,02	0,081	0,033	1,063	0,003	0,003	1,237
0,07	0,02	0,082	0,033	1,075	0,002	0,002	1,251
0,08	0,02	0,083	0,033	1,088	0,002	0,002	1,266
0,08	0,02	0,083	0,033	1,100	0,002	0,002	1,281
0,08	0,02	0,084	0,033	1,110	0,002	0,002	1,292
0,08	0,02	0,085	0,033	1,117	0,002	0,003	1,300
0,08	0,02	0,087	0,033	1,121	0,003	0,003	1,305
0,09	0,02	0,088	0,034	1,125	0,003	0,003	1,310
0,09	0,02	0,089	0,034	1,131	0,002	0,003	1,316
0,09	0,02	0,090	0,034	1,137	0,002	0,002	1,324
0,09	0,01	0,090	0,034	1,142	0,002	0,002	1,329
0,09	0,01	0,091	0,034	1,146	0,002	0,002	1,334
0,10	0,01	0,092	0,034	1,149	0,002	0,003	1,338
0,10	0,01	0,093	0,034	1,151	0,002	0,003	1,340
0,10	0,01	0,094	0,034	1,152	0,002	0,003	1,341
0,10	0,01	0,095	0,034	1,154	0,002	0,003	1,343
0,10	0,01	0,095	0,034	1,156	0,002	0,002	1,346
0,11	0,01	0,096	0,034	1,157	0,002	0,002	1,347
0,11	0,01	0,096	0,034	1,159	0,002	0,002	1,349
0,11	0,01	0,096	0,034	1,160	0,002	0,002	1,351
0,11	0,01	0,097	0,034	1,160	0,002	0,003	1,350
0,11	0,01	0,098	0,034	1,159	0,002	0,003	1,349
0,12	0,01	0,099	0,034	1,158	0,002	0,003	1,348
0,12	0,01	0,100	0,034	1,158	0,002	0,002	1,348
0,12	0,01	0,100	0,034	1,159	0,002	0,002	1,350
0,12	0,01	0,100	0,034	1,161	0,002	0,002	1,351
0,12	0,01	0,100	0,034	1,161	0,002	0,002	1,352
0,13	0,00	0,100	0,034	1,161	0,002	0,002	1,352
0,13	0,00	0,101	0,034	1,161	0,002	0,002	1,351
0,13	0,00	0,101	0,034	1,160	0,002	0,002	1,350
0,13	0,00	0,102	0,034	1,159	0,002	0,002	1,349

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,13	0,00	0,102	0,034	1,159	0,002	0,002	1,349
0,14	0,00	0,102	0,034	1,159	0,002	0,002	1,349
0,14	0,00	0,102	0,034	1,159	0,002	0,002	1,349
0,14	0,00	0,102	0,034	1,159	0,002	0,002	1,350
0,14	0,00	0,102	0,034	1,160	0,002	0,002	1,350
0,14	0,00	0,103	0,034	1,160	0,002	0,002	1,350
0,15	0,00	0,103	0,034	1,160	0,002	0,002	1,350
0,15	0,00	0,103	0,034	1,160	0,002	0,002	1,350
0,15	0,00	0,103	0,034	1,160	0,002	0,002	1,351
0,15	0,00	0,103	0,034	1,161	0,002	0,002	1,351
0,15	0,00	0,103	0,034	1,161	0,002	0,002	1,351
0,16	0,00	0,103	0,034	1,161	0,002	0,002	1,352
0,16	0,00	0,103	0,034	1,161	0,002	0,002	1,352
0,16	0,00	0,103	0,034	1,162	0,002	0,002	1,352
0,16	0,00	0,103	0,034	1,162	0,002	0,002	1,353
0,16	0,00	0,102	0,034	1,162	0,002	0,002	1,353
0,17	0,00	0,102	0,034	1,163	0,002	0,002	1,353
0,17	0,00	0,102	0,034	1,162	0,002	0,002	1,353
0,17	0,00	0,102	0,034	1,163	0,002	0,002	1,354
0,17	0,00	0,102	0,034	1,163	0,002	0,002	1,354
0,17	0,00	0,101	0,034	1,164	0,002	0,002	1,355
0,18	0,00	0,101	0,034	1,166	0,002	0,002	1,357
0,18	0,00	0,100	0,034	1,167	0,002	0,002	1,358
0,18	0,01	0,100	0,034	1,168	0,002	0,002	1,359
0,18	0,01	0,100	0,034	1,167	0,002	0,002	1,359
0,18	0,01	0,100	0,034	1,166	0,002	0,002	1,358
0,19	0,01	0,100	0,034	1,165	0,002	0,002	1,357
0,19	0,01	0,099	0,034	1,165	0,002	0,002	1,356
0,19	0,01	0,099	0,034	1,165	0,002	0,002	1,356
0,19	0,01	0,098	0,034	1,166	0,002	0,003	1,357
0,19	0,01	0,097	0,034	1,167	0,002	0,003	1,358
0,20	0,01	0,096	0,034	1,167	0,002	0,002	1,358
0,20	0,01	0,096	0,034	1,165	0,002	0,002	1,357
0,20	0,01	0,095	0,034	1,164	0,002	0,002	1,355
0,20	0,01	0,095	0,034	1,161	0,002	0,002	1,351
0,20	0,01	0,094	0,034	1,158	0,002	0,002	1,348
0,21	0,01	0,093	0,034	1,156	0,002	0,003	1,345
0,21	0,01	0,092	0,034	1,154	0,002	0,003	1,343
0,21	0,01	0,091	0,034	1,150	0,002	0,003	1,339
0,21	0,01	0,090	0,034	1,145	0,002	0,002	1,333
0,21	0,01	0,090	0,034	1,137	0,002	0,002	1,324
0,22	0,02	0,089	0,034	1,131	0,002	0,002	1,317
0,22	0,02	0,089	0,034	1,125	0,002	0,002	1,309

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,22	0,02	0,087	0,033	1,118	0,002	0,003	1,302
0,22	0,02	0,086	0,033	1,112	0,003	0,003	1,295
0,22	0,02	0,084	0,033	1,104	0,003	0,003	1,286
0,23	0,02	0,083	0,033	1,093	0,002	0,002	1,273
0,23	0,02	0,083	0,033	1,079	0,002	0,002	1,256
0,23	0,02	0,083	0,033	1,063	0,002	0,002	1,237
0,23	0,02	0,082	0,032	1,048	0,002	0,002	1,220
0,23	0,02	0,080	0,032	1,035	0,003	0,003	1,204
0,24	0,03	0,078	0,032	1,023	0,003	0,003	1,191
0,24	0,03	0,076	0,032	1,011	0,003	0,003	1,176
0,24	0,03	0,075	0,032	0,994	0,002	0,002	1,157
0,24	0,03	0,074	0,031	0,973	0,002	0,002	1,133
0,24	0,03	0,073	0,031	0,957	0,003	0,002	1,114
0,25	0,03	0,072	0,031	0,940	0,002	0,002	1,095
0,25	0,04	0,069	0,030	0,923	0,003	0,003	1,075
0,25	0,04	0,067	0,030	0,906	0,003	0,003	1,055
0,25	0,04	0,065	0,030	0,885	0,003	0,002	1,031
0,25	0,04	0,064	0,029	0,861	0,002	0,002	1,002
0,26	0,04	0,063	0,029	0,842	0,003	0,002	0,980
0,26	0,04	0,061	0,029	0,823	0,003	0,002	0,958
0,26	0,05	0,058	0,028	0,805	0,004	0,003	0,937
0,26	0,05	0,055	0,028	0,786	0,004	0,003	0,915
0,26	0,05	0,053	0,028	0,760	0,003	0,002	0,885
0,27	0,05	0,053	0,027	0,729	0,002	0,002	0,848
0,27	0,05	0,052	0,026	0,697	0,002	0,002	0,811
0,27	0,06	0,049	0,026	0,671	0,003	0,002	0,781
0,27	0,06	0,045	0,025	0,648	0,004	0,003	0,755
0,27	0,06	0,042	0,025	0,629	0,003	0,002	0,732
0,28	0,07	0,039	0,025	0,608	0,004	0,003	0,708
0,28	0,07	0,038	0,024	0,571	0,002	0,001	0,665
0,28	0,07	0,034	0,023	0,534	0,004	0,002	0,622
0,28	0,07	0,030	0,022	0,494	0,004	0,002	0,575
0,28	0,08	0,028	0,021	0,445	0,003	0,001	0,517
0,29	0,08	0,023	0,020	0,415	0,006	0,003	0,483
0,29	0,09	0,018	0,019	0,353	0,005	0,002	0,411
0,29	0,09	0,014	0,015	0,238	0,005	0,001	0,278
0,29	0,09	0,013	0,011	0,124	0,002	0,000	0,145
0,29	0,10	0,010	0,006	0,036	0,003	0,000	0,042
0,30	0,10	0,004	0,002	0,003	0,006	0,000	0,003
0,30	0,11	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,30	0,12	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
0,30	0,14	0,000	0,000	0,000	0,024	0,000	0,000
0,30	0,15	0,000	0,000	0,000	0,013	0,000	0,000

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,31	0,15	0,000	0,000	0,000	0,003	0,000	0,000

$$\sum L_i \tau_i = 0,335$$

Perímetro (m) = 0,390

$\tau_e = 0,86$

### Simulação tridimensional 5 camadas – vazão 12 l/s

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,000		
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,008	0,000	0,001
0,00	0,12	0,000	0,001	0,001	0,029	0,000	0,001
0,01	0,11	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
0,01	0,10	0,002	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,01	0,10	0,007	0,005	0,023	0,005	0,000	0,024
0,01	0,09	0,012	0,012	0,136	0,005	0,000	0,140
0,01	0,09	0,013	0,018	0,308	0,002	0,001	0,318
0,02	0,09	0,016	0,022	0,493	0,003	0,001	0,510
0,02	0,08	0,021	0,025	0,614	0,006	0,003	0,634
0,02	0,08	0,025	0,026	0,695	0,004	0,002	0,718
0,02	0,08	0,029	0,027	0,722	0,005	0,004	0,746
0,02	0,07	0,032	0,027	0,747	0,003	0,003	0,772
0,03	0,07	0,036	0,028	0,777	0,004	0,003	0,803
0,03	0,07	0,038	0,028	0,805	0,003	0,002	0,831
0,03	0,06	0,041	0,029	0,823	0,004	0,003	0,850
0,03	0,06	0,044	0,029	0,846	0,003	0,002	0,874
0,03	0,06	0,048	0,029	0,864	0,004	0,004	0,893
0,04	0,05	0,051	0,030	0,883	0,004	0,004	0,912
0,04	0,05	0,052	0,030	0,911	0,003	0,002	0,941
0,04	0,05	0,053	0,031	0,946	0,002	0,002	0,977
0,04	0,05	0,053	0,031	0,976	0,002	0,002	1,008
0,04	0,05	0,056	0,032	0,995	0,003	0,003	1,027
0,05	0,05	0,059	0,032	1,008	0,004	0,004	1,041
0,05	0,04	0,062	0,032	1,024	0,003	0,003	1,057
0,05	0,04	0,063	0,032	1,045	0,002	0,002	1,079
0,05	0,04	0,065	0,033	1,061	0,003	0,003	1,096
0,05	0,04	0,066	0,033	1,078	0,002	0,002	1,114
0,06	0,04	0,068	0,033	1,093	0,003	0,003	1,129
0,06	0,03	0,070	0,033	1,105	0,003	0,003	1,142
0,06	0,03	0,072	0,033	1,120	0,003	0,003	1,157
0,06	0,03	0,073	0,034	1,137	0,002	0,002	1,174
0,06	0,03	0,074	0,034	1,151	0,002	0,003	1,189
0,07	0,03	0,075	0,034	1,165	0,002	0,002	1,203

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,07	0,03	0,077	0,034	1,177	0,003	0,003	1,215
0,07	0,03	0,079	0,034	1,185	0,003	0,004	1,224
0,07	0,02	0,081	0,035	1,195	0,003	0,003	1,234
0,07	0,02	0,082	0,035	1,208	0,002	0,003	1,247
0,08	0,02	0,083	0,035	1,222	0,002	0,002	1,263
0,08	0,02	0,083	0,035	1,236	0,002	0,002	1,277
0,08	0,02	0,083	0,035	1,247	0,002	0,003	1,288
0,08	0,02	0,085	0,035	1,255	0,002	0,003	1,296
0,08	0,02	0,086	0,035	1,259	0,003	0,003	1,301
0,09	0,02	0,088	0,036	1,263	0,003	0,003	1,305
0,09	0,02	0,089	0,036	1,269	0,002	0,003	1,311
0,09	0,02	0,089	0,036	1,276	0,002	0,003	1,318
0,09	0,01	0,090	0,036	1,281	0,002	0,003	1,323
0,09	0,01	0,091	0,036	1,286	0,002	0,003	1,328
0,10	0,01	0,091	0,036	1,289	0,002	0,003	1,332
0,10	0,01	0,093	0,036	1,291	0,002	0,003	1,333
0,10	0,01	0,094	0,036	1,292	0,002	0,003	1,334
0,10	0,01	0,095	0,036	1,294	0,002	0,003	1,336
0,10	0,01	0,095	0,036	1,296	0,002	0,003	1,338
0,11	0,01	0,096	0,036	1,297	0,002	0,003	1,340
0,11	0,01	0,096	0,036	1,299	0,002	0,003	1,342
0,11	0,01	0,096	0,036	1,300	0,002	0,003	1,343
0,11	0,01	0,097	0,036	1,300	0,002	0,003	1,342
0,11	0,01	0,098	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,12	0,01	0,099	0,036	1,297	0,002	0,003	1,340
0,12	0,01	0,100	0,036	1,298	0,002	0,003	1,340
0,12	0,01	0,100	0,036	1,299	0,002	0,003	1,341
0,12	0,01	0,100	0,036	1,300	0,002	0,003	1,343
0,12	0,01	0,100	0,036	1,301	0,002	0,003	1,344
0,13	0,00	0,100	0,036	1,301	0,002	0,003	1,344
0,13	0,00	0,101	0,036	1,300	0,002	0,003	1,343
0,13	0,00	0,101	0,036	1,299	0,002	0,003	1,341
0,13	0,00	0,102	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,13	0,00	0,102	0,036	1,298	0,002	0,003	1,340
0,14	0,00	0,102	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,14	0,00	0,102	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,14	0,00	0,102	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,14	0,00	0,103	0,036	1,299	0,002	0,003	1,341
0,15	0,00	0,103	0,036	1,299	0,002	0,003	1,341
0,15	0,00	0,103	0,036	1,299	0,002	0,003	1,341
0,15	0,00	0,103	0,036	1,299	0,002	0,003	1,342
0,15	0,00	0,103	0,036	1,299	0,002	0,003	1,342

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,15	0,00	0,103	0,036	1,300	0,002	0,003	1,342
0,16	0,00	0,103	0,036	1,300	0,002	0,003	1,343
0,16	0,00	0,103	0,036	1,300	0,002	0,003	1,343
0,16	0,00	0,103	0,036	1,301	0,002	0,003	1,344
0,16	0,00	0,103	0,036	1,301	0,002	0,003	1,344
0,16	0,00	0,102	0,036	1,302	0,002	0,003	1,344
0,17	0,00	0,102	0,036	1,302	0,002	0,003	1,344
0,17	0,00	0,102	0,036	1,302	0,002	0,003	1,344
0,17	0,00	0,102	0,036	1,302	0,002	0,003	1,345
0,17	0,00	0,102	0,036	1,303	0,002	0,003	1,346
0,17	0,00	0,102	0,036	1,304	0,002	0,003	1,347
0,18	0,00	0,101	0,036	1,305	0,002	0,003	1,348
0,18	0,00	0,101	0,036	1,307	0,002	0,003	1,350
0,18	0,01	0,100	0,036	1,308	0,002	0,003	1,351
0,18	0,01	0,100	0,036	1,308	0,002	0,003	1,351
0,18	0,01	0,100	0,036	1,307	0,002	0,003	1,350
0,19	0,01	0,100	0,036	1,305	0,002	0,003	1,348
0,19	0,01	0,099	0,036	1,305	0,002	0,003	1,348
0,19	0,01	0,099	0,036	1,305	0,002	0,003	1,348
0,19	0,01	0,098	0,036	1,307	0,002	0,003	1,350
0,19	0,01	0,097	0,036	1,308	0,002	0,003	1,351
0,20	0,01	0,096	0,036	1,308	0,002	0,003	1,351
0,20	0,01	0,096	0,036	1,306	0,002	0,003	1,349
0,20	0,01	0,095	0,036	1,305	0,002	0,003	1,348
0,20	0,01	0,095	0,036	1,301	0,002	0,003	1,344
0,20	0,01	0,095	0,036	1,298	0,002	0,003	1,341
0,21	0,01	0,093	0,036	1,296	0,002	0,003	1,339
0,21	0,01	0,092	0,036	1,294	0,002	0,003	1,337
0,21	0,01	0,091	0,036	1,291	0,002	0,003	1,333
0,21	0,01	0,091	0,036	1,285	0,002	0,003	1,327
0,21	0,01	0,090	0,036	1,276	0,002	0,003	1,318
0,22	0,02	0,090	0,036	1,270	0,002	0,003	1,311
0,22	0,02	0,089	0,036	1,262	0,002	0,003	1,304
0,22	0,02	0,087	0,035	1,255	0,002	0,003	1,297
0,22	0,02	0,086	0,035	1,249	0,003	0,003	1,290
0,22	0,02	0,084	0,035	1,241	0,003	0,003	1,282
0,23	0,02	0,083	0,035	1,229	0,002	0,003	1,269
0,23	0,02	0,083	0,035	1,213	0,002	0,002	1,252
0,23	0,02	0,083	0,035	1,195	0,002	0,002	1,234
0,23	0,02	0,082	0,034	1,178	0,002	0,003	1,216
0,23	0,02	0,080	0,034	1,163	0,003	0,003	1,202
0,24	0,03	0,078	0,034	1,151	0,003	0,003	1,189
0,24	0,03	0,076	0,034	1,137	0,003	0,003	1,175

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,24	0,03	0,075	0,033	1,119	0,002	0,003	1,156
0,24	0,03	0,074	0,033	1,096	0,002	0,002	1,132
0,24	0,03	0,073	0,033	1,078	0,003	0,003	1,113
0,25	0,03	0,072	0,033	1,059	0,002	0,003	1,094
0,25	0,04	0,069	0,032	1,041	0,003	0,003	1,075
0,25	0,04	0,067	0,032	1,022	0,003	0,003	1,056
0,25	0,04	0,065	0,032	0,999	0,003	0,003	1,032
0,25	0,04	0,064	0,031	0,972	0,002	0,002	1,004
0,26	0,04	0,063	0,031	0,951	0,003	0,003	0,982
0,26	0,04	0,061	0,030	0,930	0,003	0,003	0,960
0,26	0,05	0,058	0,030	0,910	0,004	0,003	0,940
0,26	0,05	0,055	0,030	0,890	0,004	0,003	0,919
0,26	0,05	0,053	0,029	0,862	0,003	0,002	0,890
0,27	0,05	0,052	0,029	0,826	0,002	0,002	0,853
0,27	0,05	0,052	0,028	0,790	0,002	0,002	0,816
0,27	0,06	0,049	0,028	0,762	0,003	0,003	0,787
0,27	0,06	0,045	0,027	0,738	0,004	0,003	0,762
0,27	0,06	0,042	0,027	0,716	0,003	0,003	0,739
0,28	0,07	0,039	0,026	0,693	0,004	0,003	0,716
0,28	0,07	0,037	0,026	0,651	0,002	0,002	0,673
0,28	0,07	0,034	0,025	0,611	0,004	0,002	0,631
0,28	0,07	0,030	0,024	0,567	0,004	0,002	0,586
0,28	0,08	0,028	0,023	0,512	0,003	0,001	0,529
0,29	0,08	0,023	0,022	0,479	0,006	0,003	0,495
0,29	0,09	0,018	0,020	0,412	0,005	0,002	0,425
0,29	0,09	0,014	0,017	0,280	0,005	0,002	0,289
0,29	0,09	0,012	0,012	0,146	0,002	0,000	0,151
0,29	0,10	0,010	0,007	0,043	0,003	0,000	0,045
0,30	0,10	0,004	0,002	0,003	0,006	0,000	0,004
0,30	0,11	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,30	0,12	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,001
0,30	0,14	0,000	0,001	0,001	0,024	0,000	0,001
0,30	0,15	0,000	0,001	0,001	0,013	0,000	0,001
0,31	0,15	0,000	0,001	0,001	0,003	0,000	0,001

$$\sum L_i \tau_i = 0,377$$

Perímetro (m) = 0,390

$\tau_e = 0,97$



---

 Simulação tridimensional 8 camadas – vazão 12 l/s
 

---

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i / \tau_e$
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,000		
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,008	0,000	0,001
0,00	0,12	0,000	0,001	0,001	0,029	0,000	0,001
0,01	0,11	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
0,01	0,10	0,001	0,003	0,009	0,011	0,000	0,008
0,01	0,10	0,007	0,006	0,031	0,005	0,000	0,027
0,01	0,09	0,011	0,013	0,168	0,005	0,001	0,144
0,01	0,09	0,013	0,019	0,378	0,002	0,001	0,323
0,02	0,09	0,015	0,024	0,596	0,003	0,002	0,509
0,02	0,08	0,021	0,027	0,741	0,006	0,004	0,633
0,02	0,08	0,024	0,029	0,853	0,004	0,003	0,728
0,02	0,08	0,029	0,030	0,871	0,005	0,005	0,744
0,02	0,07	0,032	0,030	0,910	0,003	0,003	0,777
0,03	0,07	0,035	0,031	0,967	0,004	0,004	0,826
0,03	0,07	0,038	0,031	0,991	0,003	0,003	0,846
0,03	0,06	0,041	0,032	0,995	0,004	0,004	0,849
0,03	0,06	0,043	0,032	1,025	0,003	0,003	0,875
0,03	0,06	0,047	0,032	1,052	0,004	0,004	0,898
0,04	0,05	0,051	0,033	1,076	0,004	0,004	0,919
0,04	0,05	0,052	0,033	1,112	0,003	0,003	0,949
0,04	0,05	0,053	0,034	1,152	0,002	0,002	0,983
0,04	0,05	0,053	0,035	1,191	0,002	0,003	1,017
0,04	0,05	0,056	0,035	1,214	0,003	0,004	1,036
0,05	0,05	0,059	0,035	1,231	0,004	0,005	1,051
0,05	0,04	0,062	0,035	1,254	0,003	0,004	1,070
0,05	0,04	0,063	0,036	1,278	0,002	0,003	1,091
0,05	0,04	0,065	0,036	1,287	0,003	0,004	1,099
0,05	0,04	0,066	0,036	1,308	0,002	0,003	1,116
0,06	0,04	0,068	0,036	1,326	0,003	0,004	1,132
0,06	0,03	0,070	0,037	1,343	0,003	0,004	1,146
0,06	0,03	0,072	0,037	1,360	0,003	0,004	1,161
0,06	0,03	0,073	0,037	1,381	0,002	0,003	1,179
0,06	0,03	0,074	0,037	1,392	0,002	0,003	1,188
0,07	0,03	0,075	0,038	1,408	0,002	0,003	1,202
0,07	0,03	0,077	0,038	1,426	0,003	0,004	1,217
0,07	0,03	0,079	0,038	1,437	0,003	0,004	1,227
0,07	0,02	0,081	0,038	1,448	0,003	0,004	1,237
0,07	0,02	0,082	0,038	1,463	0,002	0,003	1,249
0,08	0,02	0,083	0,038	1,480	0,002	0,003	1,264
0,08	0,02	0,083	0,039	1,496	0,002	0,003	1,277
0,08	0,02	0,083	0,039	1,509	0,002	0,003	1,288

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,08	0,02	0,085	0,039	1,517	0,002	0,004	1,295
0,08	0,02	0,087	0,039	1,522	0,003	0,004	1,299
0,09	0,02	0,088	0,039	1,527	0,003	0,004	1,304
0,09	0,02	0,089	0,039	1,535	0,002	0,003	1,310
0,09	0,02	0,090	0,039	1,544	0,002	0,003	1,318
0,09	0,01	0,090	0,039	1,547	0,002	0,003	1,320
0,09	0,01	0,091	0,039	1,552	0,002	0,003	1,325
0,10	0,01	0,092	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,10	0,01	0,093	0,039	1,558	0,002	0,004	1,330
0,10	0,01	0,094	0,039	1,559	0,002	0,004	1,331
0,10	0,01	0,095	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,10	0,01	0,095	0,040	1,563	0,002	0,003	1,334
0,11	0,01	0,096	0,040	1,562	0,002	0,003	1,334
0,11	0,01	0,096	0,040	1,565	0,002	0,003	1,336
0,11	0,01	0,097	0,040	1,566	0,002	0,003	1,337
0,11	0,01	0,097	0,040	1,565	0,002	0,003	1,336
0,11	0,01	0,098	0,040	1,562	0,002	0,003	1,334
0,12	0,01	0,099	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,12	0,01	0,100	0,039	1,560	0,002	0,003	1,331
0,12	0,01	0,100	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,12	0,01	0,100	0,040	1,562	0,002	0,003	1,333
0,12	0,01	0,100	0,040	1,563	0,002	0,003	1,334
0,13	0,00	0,100	0,040	1,562	0,002	0,003	1,334
0,13	0,00	0,101	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,13	0,00	0,101	0,039	1,559	0,002	0,003	1,331
0,13	0,00	0,102	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,13	0,00	0,102	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,14	0,00	0,102	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,14	0,00	0,102	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,14	0,00	0,102	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,14	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,14	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,15	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,15	0,00	0,103	0,039	1,555	0,002	0,003	1,328
0,15	0,00	0,103	0,039	1,555	0,002	0,003	1,328
0,15	0,00	0,103	0,039	1,555	0,002	0,003	1,328
0,15	0,00	0,103	0,039	1,555	0,002	0,003	1,328
0,16	0,00	0,103	0,039	1,555	0,002	0,003	1,328
0,16	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,16	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,16	0,00	0,103	0,039	1,556	0,002	0,003	1,329
0,16	0,00	0,102	0,039	1,556	0,002	0,003	1,329
0,17	0,00	0,102	0,039	1,556	0,002	0,003	1,329

<b>y (m)</b>	<b>Z (m)</b>	<b>Profundidade (m)</b>	<b><math>v^*</math> (m/s)</b>	<b><math>\tau_i</math> (N/m<sup>2</sup>)</b>	<b><math>\Delta L_i</math> (m)</b>	<b><math>\Delta L_i \tau_i</math></b>	<b><math>\tau_i/\tau_e</math></b>
0,17	0,00	0,102	0,039	1,556	0,002	0,003	1,328
0,17	0,00	0,102	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,17	0,00	0,102	0,039	1,557	0,002	0,003	1,330
0,17	0,00	0,102	0,039	1,559	0,002	0,003	1,331
0,18	0,00	0,101	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,18	0,00	0,100	0,040	1,563	0,002	0,003	1,334
0,18	0,01	0,100	0,040	1,563	0,002	0,003	1,335
0,18	0,01	0,100	0,040	1,563	0,002	0,003	1,335
0,18	0,01	0,100	0,040	1,562	0,002	0,003	1,334
0,19	0,01	0,100	0,040	1,561	0,002	0,003	1,332
0,19	0,01	0,099	0,040	1,560	0,002	0,003	1,332
0,19	0,01	0,099	0,040	1,561	0,002	0,003	1,333
0,19	0,01	0,098	0,040	1,563	0,002	0,003	1,335
0,19	0,01	0,097	0,040	1,565	0,002	0,003	1,336
0,20	0,01	0,096	0,040	1,565	0,002	0,003	1,336
0,20	0,01	0,096	0,040	1,564	0,002	0,003	1,335
0,20	0,01	0,095	0,040	1,564	0,002	0,003	1,335
0,20	0,01	0,095	0,040	1,560	0,002	0,003	1,332
0,20	0,01	0,094	0,039	1,557	0,002	0,003	1,329
0,21	0,01	0,093	0,039	1,554	0,002	0,004	1,327
0,21	0,01	0,092	0,039	1,553	0,002	0,004	1,326
0,21	0,01	0,091	0,039	1,549	0,002	0,004	1,322
0,21	0,01	0,090	0,039	1,542	0,002	0,003	1,316
0,21	0,01	0,090	0,039	1,532	0,002	0,003	1,308
0,22	0,02	0,089	0,039	1,528	0,002	0,003	1,304
0,22	0,02	0,089	0,039	1,520	0,002	0,003	1,298
0,22	0,02	0,087	0,039	1,512	0,002	0,004	1,291
0,22	0,02	0,086	0,039	1,507	0,003	0,004	1,286
0,22	0,02	0,084	0,039	1,498	0,003	0,004	1,279
0,23	0,02	0,083	0,039	1,485	0,002	0,003	1,268
0,23	0,02	0,083	0,038	1,467	0,002	0,003	1,253
0,23	0,02	0,083	0,038	1,448	0,002	0,003	1,236
0,23	0,02	0,082	0,038	1,430	0,002	0,003	1,220
0,23	0,02	0,080	0,038	1,414	0,003	0,004	1,207
0,24	0,03	0,078	0,037	1,401	0,003	0,004	1,196
0,24	0,03	0,076	0,037	1,384	0,003	0,004	1,182
0,24	0,03	0,075	0,037	1,360	0,002	0,003	1,161
0,24	0,03	0,074	0,037	1,333	0,002	0,003	1,138
0,24	0,03	0,073	0,036	1,318	0,003	0,003	1,125
0,25	0,03	0,072	0,036	1,296	0,002	0,003	1,106
0,25	0,04	0,069	0,036	1,273	0,003	0,004	1,087
0,25	0,04	0,067	0,035	1,250	0,003	0,004	1,067
0,25	0,04	0,065	0,035	1,219	0,003	0,003	1,040

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,25	0,04	0,064	0,034	1,187	0,002	0,003	1,013
0,26	0,04	0,063	0,034	1,170	0,003	0,003	0,999
0,26	0,04	0,061	0,034	1,143	0,003	0,003	0,976
0,26	0,05	0,058	0,033	1,119	0,004	0,004	0,955
0,26	0,05	0,055	0,033	1,094	0,004	0,004	0,934
0,26	0,05	0,053	0,033	1,061	0,003	0,003	0,906
0,27	0,05	0,053	0,032	1,019	0,002	0,002	0,870
0,27	0,05	0,052	0,031	0,974	0,002	0,002	0,832
0,27	0,06	0,049	0,031	0,945	0,003	0,003	0,807
0,27	0,06	0,045	0,030	0,911	0,004	0,004	0,778
0,27	0,06	0,042	0,030	0,883	0,003	0,003	0,753
0,28	0,07	0,039	0,030	0,872	0,004	0,004	0,745
0,28	0,07	0,037	0,029	0,821	0,002	0,002	0,701
0,28	0,07	0,034	0,028	0,758	0,004	0,003	0,647
0,28	0,07	0,031	0,026	0,685	0,004	0,003	0,584
0,28	0,08	0,028	0,025	0,603	0,003	0,002	0,515
0,29	0,08	0,023	0,024	0,572	0,006	0,003	0,488
0,29	0,09	0,018	0,022	0,481	0,005	0,003	0,411
0,29	0,09	0,014	0,019	0,346	0,005	0,002	0,295
0,29	0,09	0,013	0,014	0,191	0,002	0,001	0,163
0,29	0,10	0,010	0,008	0,063	0,003	0,000	0,054
0,30	0,10	0,004	0,002	0,005	0,006	0,000	0,004
0,30	0,11	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,30	0,12	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,001
0,30	0,14	0,000	0,001	0,001	0,024	0,000	0,001
0,30	0,15	0,000	0,001	0,001	0,013	0,000	0,001
0,31	0,15	0,000	0,001	0,001	0,003	0,000	0,001

$$\sum L_i \tau_i = 0,457$$

Perímetro (m) = 0,390

$$\tau_e = 1,17$$

### Simulação tridimensional 10 camadas – vazão 12 l/s

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,000		
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,008	0,000	0,001
0,00	0,12	0,000	0,001	0,001	0,029	0,000	0,001
0,01	0,11	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
0,01	0,10	0,001	0,001	0,001	0,011	0,000	0,001
0,01	0,10	0,007	0,006	0,038	0,005	0,000	0,030
0,01	0,09	0,011	0,014	0,193	0,005	0,001	0,151
0,01	0,09	0,013	0,021	0,438	0,002	0,001	0,342

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,02	0,09	0,015	0,026	0,689	0,003	0,002	0,538
0,02	0,08	0,021	0,029	0,846	0,006	0,004	0,661
0,02	0,08	0,024	0,031	0,970	0,004	0,003	0,757
0,02	0,08	0,029	0,031	0,979	0,005	0,005	0,764
0,02	0,07	0,032	0,032	1,015	0,003	0,003	0,793
0,03	0,07	0,035	0,033	1,074	0,004	0,004	0,839
0,03	0,07	0,038	0,033	1,097	0,003	0,003	0,857
0,03	0,06	0,041	0,033	1,098	0,004	0,004	0,858
0,03	0,06	0,043	0,034	1,129	0,003	0,003	0,882
0,03	0,06	0,047	0,034	1,156	0,004	0,005	0,903
0,04	0,05	0,051	0,034	1,181	0,004	0,005	0,922
0,04	0,05	0,052	0,035	1,220	0,003	0,003	0,952
0,04	0,05	0,053	0,036	1,263	0,002	0,003	0,987
0,04	0,05	0,053	0,036	1,306	0,002	0,003	1,020
0,04	0,05	0,056	0,036	1,328	0,003	0,004	1,037
0,05	0,05	0,059	0,037	1,346	0,004	0,005	1,051
0,05	0,04	0,062	0,037	1,370	0,003	0,004	1,070
0,05	0,04	0,063	0,037	1,396	0,002	0,003	1,090
0,05	0,04	0,065	0,037	1,404	0,003	0,004	1,097
0,05	0,04	0,066	0,038	1,426	0,002	0,003	1,114
0,06	0,04	0,068	0,038	1,447	0,003	0,004	1,130
0,06	0,03	0,070	0,038	1,464	0,003	0,005	1,144
0,06	0,03	0,072	0,039	1,484	0,003	0,004	1,159
0,06	0,03	0,073	0,039	1,506	0,002	0,003	1,176
0,06	0,03	0,074	0,039	1,516	0,002	0,004	1,184
0,07	0,03	0,075	0,039	1,533	0,002	0,003	1,197
0,07	0,03	0,077	0,039	1,552	0,003	0,004	1,212
0,07	0,03	0,079	0,040	1,563	0,003	0,005	1,220
0,07	0,02	0,081	0,040	1,574	0,003	0,004	1,230
0,07	0,02	0,082	0,040	1,590	0,002	0,004	1,241
0,08	0,02	0,083	0,040	1,609	0,002	0,003	1,257
0,08	0,02	0,083	0,040	1,626	0,002	0,003	1,270
0,08	0,02	0,083	0,040	1,640	0,002	0,003	1,281
0,08	0,02	0,085	0,041	1,649	0,002	0,004	1,288
0,08	0,02	0,087	0,041	1,654	0,003	0,004	1,291
0,09	0,02	0,088	0,041	1,659	0,003	0,004	1,296
0,09	0,02	0,089	0,041	1,668	0,002	0,004	1,303
0,09	0,02	0,090	0,041	1,677	0,002	0,003	1,310
0,09	0,01	0,090	0,041	1,679	0,002	0,004	1,311
0,09	0,01	0,091	0,041	1,685	0,002	0,003	1,316
0,10	0,01	0,092	0,041	1,690	0,002	0,004	1,320
0,10	0,01	0,093	0,041	1,692	0,002	0,004	1,321
0,10	0,01	0,094	0,041	1,693	0,002	0,004	1,322

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,10	0,01	0,095	0,041	1,695	0,002	0,004	1,323
0,10	0,01	0,095	0,041	1,698	0,002	0,003	1,326
0,11	0,01	0,096	0,041	1,696	0,002	0,004	1,325
0,11	0,01	0,096	0,041	1,699	0,002	0,003	1,327
0,11	0,01	0,097	0,041	1,700	0,002	0,004	1,328
0,11	0,01	0,097	0,041	1,699	0,002	0,004	1,327
0,11	0,01	0,098	0,041	1,697	0,002	0,004	1,325
0,12	0,01	0,099	0,041	1,695	0,002	0,004	1,323
0,12	0,01	0,100	0,041	1,694	0,002	0,003	1,323
0,12	0,01	0,100	0,041	1,695	0,002	0,003	1,324
0,12	0,01	0,100	0,041	1,697	0,002	0,003	1,325
0,12	0,01	0,100	0,041	1,697	0,002	0,003	1,326
0,13	0,00	0,100	0,041	1,697	0,002	0,003	1,325
0,13	0,00	0,101	0,041	1,695	0,002	0,003	1,324
0,13	0,00	0,101	0,041	1,693	0,002	0,004	1,322
0,13	0,00	0,102	0,041	1,692	0,002	0,003	1,321
0,13	0,00	0,102	0,041	1,692	0,002	0,003	1,321
0,14	0,00	0,102	0,041	1,692	0,002	0,003	1,322
0,14	0,00	0,102	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,14	0,00	0,102	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,14	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,14	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,15	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,15	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,320
0,15	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,15	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,15	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,16	0,00	0,103	0,041	1,691	0,002	0,003	1,321
0,16	0,00	0,103	0,041	1,692	0,002	0,003	1,321
0,16	0,00	0,103	0,041	1,692	0,002	0,003	1,322
0,16	0,00	0,103	0,041	1,693	0,002	0,003	1,322
0,16	0,00	0,102	0,041	1,693	0,002	0,003	1,323
0,17	0,00	0,102	0,041	1,693	0,002	0,003	1,323
0,17	0,00	0,102	0,041	1,693	0,002	0,003	1,322
0,17	0,00	0,102	0,041	1,695	0,002	0,003	1,324
0,17	0,00	0,102	0,041	1,695	0,002	0,003	1,324
0,17	0,00	0,102	0,041	1,697	0,002	0,003	1,325
0,18	0,00	0,101	0,041	1,699	0,002	0,004	1,327
0,18	0,00	0,100	0,041	1,701	0,002	0,004	1,328
0,18	0,01	0,100	0,041	1,702	0,002	0,003	1,329
0,18	0,01	0,100	0,041	1,702	0,002	0,003	1,329
0,18	0,01	0,100	0,041	1,701	0,002	0,003	1,328
0,19	0,01	0,100	0,041	1,700	0,002	0,003	1,327

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,19	0,01	0,099	0,041	1,699	0,002	0,003	1,327
0,19	0,01	0,099	0,041	1,700	0,002	0,004	1,328
0,19	0,01	0,098	0,041	1,703	0,002	0,004	1,330
0,19	0,01	0,097	0,041	1,705	0,002	0,004	1,332
0,20	0,01	0,096	0,041	1,704	0,002	0,004	1,331
0,20	0,01	0,096	0,041	1,703	0,002	0,003	1,330
0,20	0,01	0,095	0,041	1,705	0,002	0,004	1,331
0,20	0,01	0,095	0,041	1,700	0,002	0,003	1,328
0,20	0,01	0,094	0,041	1,696	0,002	0,004	1,325
0,21	0,01	0,093	0,041	1,694	0,002	0,004	1,323
0,21	0,01	0,092	0,041	1,692	0,002	0,004	1,322
0,21	0,01	0,091	0,041	1,688	0,002	0,004	1,318
0,21	0,01	0,090	0,041	1,680	0,002	0,004	1,312
0,21	0,01	0,090	0,041	1,670	0,002	0,003	1,304
0,22	0,02	0,089	0,041	1,666	0,002	0,004	1,301
0,22	0,02	0,089	0,041	1,657	0,002	0,004	1,294
0,22	0,02	0,087	0,041	1,647	0,002	0,004	1,287
0,22	0,02	0,086	0,041	1,641	0,003	0,004	1,282
0,22	0,02	0,084	0,040	1,632	0,003	0,004	1,275
0,23	0,02	0,083	0,040	1,617	0,002	0,004	1,263
0,23	0,02	0,083	0,040	1,597	0,002	0,003	1,247
0,23	0,02	0,083	0,040	1,575	0,002	0,003	1,230
0,23	0,02	0,082	0,039	1,554	0,002	0,003	1,214
0,23	0,02	0,080	0,039	1,538	0,003	0,004	1,201
0,24	0,03	0,078	0,039	1,524	0,003	0,005	1,190
0,24	0,03	0,076	0,039	1,505	0,003	0,004	1,176
0,24	0,03	0,075	0,038	1,479	0,002	0,003	1,155
0,24	0,03	0,074	0,038	1,450	0,002	0,003	1,133
0,24	0,03	0,073	0,038	1,436	0,003	0,004	1,121
0,25	0,03	0,072	0,038	1,411	0,002	0,003	1,102
0,25	0,04	0,069	0,037	1,386	0,003	0,004	1,082
0,25	0,04	0,067	0,037	1,361	0,003	0,004	1,063
0,25	0,04	0,065	0,036	1,328	0,003	0,003	1,037
0,25	0,04	0,064	0,036	1,294	0,002	0,003	1,011
0,26	0,04	0,063	0,036	1,278	0,003	0,004	0,998
0,26	0,04	0,061	0,035	1,250	0,003	0,003	0,976
0,26	0,05	0,058	0,035	1,224	0,004	0,005	0,956
0,26	0,05	0,055	0,035	1,198	0,004	0,004	0,936
0,26	0,05	0,053	0,034	1,162	0,003	0,003	0,907
0,27	0,05	0,053	0,033	1,115	0,002	0,002	0,871
0,27	0,05	0,052	0,033	1,065	0,002	0,002	0,832
0,27	0,06	0,049	0,032	1,034	0,003	0,004	0,807
0,27	0,06	0,045	0,032	0,998	0,004	0,004	0,780

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,27	0,06	0,042	0,031	0,969	0,003	0,003	0,756
0,28	0,07	0,039	0,031	0,962	0,004	0,004	0,751
0,28	0,07	0,037	0,030	0,907	0,002	0,002	0,709
0,28	0,07	0,034	0,029	0,843	0,004	0,003	0,658
0,28	0,07	0,031	0,028	0,765	0,004	0,003	0,598
0,28	0,08	0,028	0,026	0,682	0,003	0,002	0,532
0,29	0,08	0,023	0,026	0,655	0,006	0,004	0,511
0,29	0,09	0,018	0,024	0,555	0,005	0,003	0,434
0,29	0,09	0,014	0,020	0,400	0,005	0,002	0,312
0,29	0,09	0,013	0,015	0,218	0,002	0,001	0,170
0,29	0,10	0,010	0,008	0,069	0,003	0,000	0,054
0,30	0,10	0,004	0,003	0,007	0,006	0,000	0,005
0,30	0,11	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,30	0,12	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,001
0,30	0,14	0,000	0,001	0,001	0,024	0,000	0,001
0,30	0,15	0,000	0,001	0,001	0,013	0,000	0,001
0,31	0,15	0,000	0,001	0,001	0,003	0,000	0,001

$$\sum L_i \tau_i \quad 0,499$$

Perímetro (m) 0,390

$\tau_e$  1,28

### Simulação tridimensional 13 camadas – vazão 12 l/s

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,000		
0,00	0,15	0,000	0,001	0,001	0,008	0,000	0,001
0,00	0,12	0,000	0,001	0,001	0,029	0,000	0,001
0,01	0,11	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
0,01	0,10	0,001	0,001	0,000	0,011	0,000	0,000
0,01	0,10	0,007	0,007	0,046	0,005	0,000	0,032
0,01	0,09	0,011	0,015	0,237	0,005	0,001	0,166
0,01	0,09	0,013	0,023	0,529	0,002	0,001	0,371
0,02	0,09	0,015	0,029	0,830	0,003	0,002	0,582
0,02	0,08	0,021	0,032	1,005	0,006	0,005	0,704
0,02	0,08	0,024	0,034	1,135	0,004	0,004	0,795
0,02	0,08	0,029	0,034	1,130	0,005	0,006	0,792
0,02	0,07	0,032	0,034	1,163	0,003	0,004	0,815
0,03	0,07	0,035	0,035	1,222	0,004	0,005	0,856
0,03	0,07	0,038	0,035	1,247	0,003	0,004	0,874
0,03	0,06	0,041	0,035	1,244	0,004	0,005	0,872
0,03	0,06	0,043	0,036	1,278	0,003	0,003	0,896
0,03	0,06	0,047	0,036	1,306	0,004	0,005	0,915



y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,04	0,05	0,051	0,036	1,330	0,004	0,005	0,932
0,04	0,05	0,052	0,037	1,370	0,003	0,003	0,960
0,04	0,05	0,053	0,038	1,420	0,002	0,003	0,995
0,04	0,05	0,053	0,038	1,465	0,002	0,003	1,027
0,04	0,05	0,056	0,039	1,488	0,003	0,005	1,043
0,05	0,05	0,059	0,039	1,506	0,004	0,006	1,055
0,05	0,04	0,062	0,039	1,531	0,003	0,005	1,073
0,05	0,04	0,063	0,039	1,558	0,002	0,004	1,092
0,05	0,04	0,065	0,040	1,567	0,003	0,004	1,098
0,05	0,04	0,066	0,040	1,591	0,002	0,004	1,115
0,06	0,04	0,068	0,040	1,612	0,003	0,005	1,130
0,06	0,03	0,070	0,040	1,629	0,003	0,005	1,141
0,06	0,03	0,072	0,041	1,649	0,003	0,004	1,156
0,06	0,03	0,073	0,041	1,673	0,002	0,004	1,172
0,06	0,03	0,074	0,041	1,684	0,002	0,004	1,180
0,07	0,03	0,075	0,041	1,702	0,002	0,004	1,193
0,07	0,03	0,077	0,041	1,722	0,003	0,004	1,206
0,07	0,03	0,079	0,042	1,732	0,003	0,005	1,214
0,07	0,02	0,081	0,042	1,744	0,003	0,005	1,222
0,07	0,02	0,082	0,042	1,760	0,002	0,004	1,234
0,08	0,02	0,083	0,042	1,781	0,002	0,004	1,248
0,08	0,02	0,083	0,042	1,800	0,002	0,004	1,262
0,08	0,02	0,083	0,043	1,816	0,002	0,004	1,272
0,08	0,02	0,085	0,043	1,825	0,002	0,004	1,279
0,08	0,02	0,087	0,043	1,829	0,003	0,005	1,282
0,09	0,02	0,088	0,043	1,834	0,003	0,005	1,286
0,09	0,02	0,089	0,043	1,843	0,002	0,004	1,292
0,09	0,02	0,090	0,043	1,853	0,002	0,004	1,299
0,09	0,01	0,090	0,043	1,856	0,002	0,004	1,301
0,09	0,01	0,091	0,043	1,862	0,002	0,004	1,305
0,10	0,01	0,092	0,043	1,867	0,002	0,004	1,309
0,10	0,01	0,093	0,043	1,868	0,002	0,004	1,309
0,10	0,01	0,094	0,043	1,869	0,002	0,004	1,310
0,10	0,01	0,095	0,043	1,870	0,002	0,004	1,311
0,10	0,01	0,095	0,043	1,873	0,002	0,004	1,313
0,11	0,01	0,096	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,11	0,01	0,096	0,043	1,875	0,002	0,004	1,314
0,11	0,01	0,097	0,043	1,876	0,002	0,004	1,315
0,11	0,01	0,097	0,043	1,875	0,002	0,004	1,314
0,11	0,01	0,098	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,12	0,01	0,099	0,043	1,870	0,002	0,004	1,310
0,12	0,01	0,100	0,043	1,868	0,002	0,004	1,309
0,12	0,01	0,100	0,043	1,870	0,002	0,004	1,310

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,12	0,01	0,100	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,12	0,01	0,100	0,043	1,873	0,002	0,004	1,312
0,13	0,00	0,100	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,13	0,00	0,101	0,043	1,870	0,002	0,004	1,311
0,13	0,00	0,101	0,043	1,868	0,002	0,004	1,309
0,13	0,00	0,102	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,13	0,00	0,102	0,043	1,866	0,002	0,004	1,307
0,14	0,00	0,102	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,14	0,00	0,102	0,043	1,866	0,002	0,004	1,307
0,14	0,00	0,102	0,043	1,865	0,002	0,004	1,307
0,14	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,14	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,307
0,15	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,307
0,15	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,307
0,15	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,15	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,15	0,00	0,103	0,043	1,866	0,002	0,004	1,308
0,16	0,00	0,103	0,043	1,867	0,002	0,004	1,308
0,16	0,00	0,103	0,043	1,867	0,002	0,004	1,309
0,16	0,00	0,103	0,043	1,868	0,002	0,004	1,309
0,16	0,00	0,103	0,043	1,869	0,002	0,004	1,310
0,16	0,00	0,102	0,043	1,870	0,002	0,004	1,310
0,17	0,00	0,102	0,043	1,870	0,002	0,004	1,310
0,17	0,00	0,102	0,043	1,870	0,002	0,004	1,310
0,17	0,00	0,102	0,043	1,871	0,002	0,004	1,311
0,17	0,00	0,102	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,17	0,00	0,102	0,043	1,874	0,002	0,004	1,313
0,18	0,00	0,101	0,043	1,876	0,002	0,004	1,315
0,18	0,00	0,100	0,043	1,879	0,002	0,004	1,317
0,18	0,01	0,100	0,043	1,881	0,002	0,004	1,318
0,18	0,01	0,100	0,043	1,881	0,002	0,004	1,318
0,18	0,01	0,100	0,043	1,880	0,002	0,004	1,317
0,19	0,01	0,100	0,043	1,878	0,002	0,004	1,316
0,19	0,01	0,099	0,043	1,878	0,002	0,004	1,316
0,19	0,01	0,099	0,043	1,879	0,002	0,004	1,317
0,19	0,01	0,098	0,043	1,883	0,002	0,004	1,319
0,19	0,01	0,097	0,043	1,886	0,002	0,004	1,321
0,20	0,01	0,096	0,043	1,885	0,002	0,004	1,321
0,20	0,01	0,096	0,043	1,884	0,002	0,004	1,320
0,20	0,01	0,095	0,043	1,885	0,002	0,004	1,321
0,20	0,01	0,095	0,043	1,881	0,002	0,004	1,318
0,20	0,01	0,094	0,043	1,876	0,002	0,004	1,315
0,21	0,01	0,093	0,043	1,874	0,002	0,004	1,313

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i/\tau_e$
0,21	0,01	0,092	0,043	1,872	0,002	0,004	1,312
0,21	0,01	0,091	0,043	1,868	0,002	0,004	1,309
0,21	0,01	0,090	0,043	1,859	0,002	0,004	1,303
0,21	0,01	0,090	0,043	1,848	0,002	0,004	1,295
0,22	0,02	0,089	0,043	1,843	0,002	0,004	1,292
0,22	0,02	0,089	0,043	1,833	0,002	0,004	1,285
0,22	0,02	0,087	0,043	1,823	0,002	0,004	1,278
0,22	0,02	0,086	0,043	1,817	0,003	0,005	1,273
0,22	0,02	0,084	0,043	1,807	0,003	0,005	1,266
0,23	0,02	0,083	0,042	1,790	0,002	0,004	1,255
0,23	0,02	0,083	0,042	1,768	0,002	0,004	1,239
0,23	0,02	0,083	0,042	1,742	0,002	0,004	1,221
0,23	0,02	0,082	0,041	1,720	0,002	0,004	1,205
0,23	0,02	0,080	0,041	1,701	0,003	0,004	1,192
0,24	0,03	0,078	0,041	1,686	0,003	0,005	1,182
0,24	0,03	0,076	0,041	1,667	0,003	0,005	1,168
0,24	0,03	0,075	0,040	1,638	0,002	0,004	1,148
0,24	0,03	0,074	0,040	1,606	0,002	0,003	1,126
0,24	0,03	0,073	0,040	1,590	0,003	0,004	1,114
0,25	0,03	0,072	0,040	1,563	0,002	0,004	1,096
0,25	0,04	0,069	0,039	1,537	0,003	0,005	1,077
0,25	0,04	0,067	0,039	1,512	0,003	0,005	1,059
0,25	0,04	0,065	0,038	1,476	0,003	0,004	1,034
0,25	0,04	0,064	0,038	1,439	0,002	0,003	1,008
0,26	0,04	0,063	0,038	1,422	0,003	0,004	0,996
0,26	0,04	0,061	0,037	1,391	0,003	0,004	0,975
0,26	0,05	0,058	0,037	1,364	0,004	0,005	0,956
0,26	0,05	0,055	0,037	1,338	0,004	0,005	0,937
0,26	0,05	0,053	0,036	1,297	0,003	0,003	0,909
0,27	0,05	0,053	0,035	1,245	0,002	0,003	0,872
0,27	0,05	0,052	0,035	1,191	0,002	0,003	0,835
0,27	0,06	0,049	0,034	1,157	0,003	0,004	0,811
0,27	0,06	0,045	0,033	1,121	0,004	0,005	0,786
0,27	0,06	0,042	0,033	1,091	0,003	0,004	0,764
0,28	0,07	0,039	0,033	1,085	0,004	0,005	0,761
0,28	0,07	0,037	0,032	1,027	0,002	0,003	0,719
0,28	0,07	0,034	0,031	0,957	0,004	0,004	0,671
0,28	0,07	0,031	0,030	0,876	0,004	0,004	0,614
0,28	0,08	0,028	0,028	0,792	0,003	0,002	0,555
0,29	0,08	0,023	0,028	0,774	0,006	0,005	0,543
0,29	0,09	0,018	0,026	0,670	0,005	0,004	0,470
0,29	0,09	0,014	0,022	0,479	0,005	0,003	0,336
0,29	0,09	0,013	0,016	0,258	0,002	0,001	0,181

y (m)	Z (m)	Profundidade (m)	$v^*$ (m/s)	$\tau_i$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Delta L_i$ (m)	$\Delta L_i \tau_i$	$\tau_i / \tau_e$
0,29	0,10	0,010	0,009	0,080	0,003	0,001	0,056
0,30	0,10	0,004	0,003	0,008	0,006	0,000	0,006
0,30	0,11	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000
0,30	0,12	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,001
0,30	0,14	0,000	0,001	0,001	0,024	0,000	0,001
0,30	0,15	0,000	0,001	0,001	0,013	0,000	0,001
0,31	0,15	0,000	0,001	0,001	0,003	0,000	0,001

$$\sum L_i \tau_i = 0,556$$

Perímetro (m) = 0,390

$$\tau_e = 1,43$$